# Mathematik *Realschule Klasse 10*

# Baden-Württemberg

# zur Vorbereitung der Mittleren Reife 2020

<u>enthält alle Prüfungsaufgaben von 2008 - 2019</u>

Alexander Schwarz

E-Mail: aschwarz@mathe-aufgaben.com

Homepage: **www.mathe-aufgaben.com**

# Vorwort

Zunächst einmal bedanke ich mich für das Vertrauen, das ihr mir mit dem Kauf dieses Buches entgegengebracht habt!
Der darin enthaltene Stoff ist auf den Lehrplan von **Baden-Württemberg für die Abschlussprüfung 2020** abgestimmt.
Das Buch soll für euch sowohl ein wertvoller Begleiter beim Lernen auf die Klassenarbeiten während des 10.Schuljahres als auch ein Vorbereitungsbuch für eure Abschlussprüfung sein.

In den Kapiteln 1 bis 8 stelle ich euch die einzelnen Themengebiete der Prüfung ausführlich und verständlich anhand vieler Beispiele vor. Am Ende jedes Kapitels findet ihr Übungsaufgaben, in denen unter anderem alle Prüfungsaufgaben der Jahrgänge 2008 – 2016 eingebaut sind. Damit könnt ihr kontrollieren, ob ihr den Stoff eines Kapitels verstanden habt.

Damit ihr direkt vor der Abschlussprüfung auch die Möglichkeit habt, einen kompletten Prüfungsjahrgang am Stück durchzurechnen, findet ihr in den Kapiteln 9 bis 11 die zusammenhängenden Abschlussprüfungsaufgaben der Jahre 2017, 2018 und 2019.

**Hinweis zu den Lösungen der Übungs-/ und Prüfungsaufgaben:**

Am Ende der jeweiligen Kapitel befindet sich ein Kasten, in dem die Ergebnisse der einzelnen Übungsaufgaben dargestellt sind (so genannte "Kurzlösungen"). Falls ihr eine Aufgabe durchgerechnet habt, könnt ihr anhand der Kurzlösungen kontrollieren, ob eure Ergebnisse stimmen. Falls ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt oder euer Ergebnis nicht mit der Kurzlösung übereinstimmt, ist dies auch kein Problem. Denn ihr findet die ausführlich durchgerechneten Musterlösungen aller Aufgaben in einer pdf-Datei, die ich euch als Besteller des Skriptes per Download-Link auf meiner Homepage zum Herunterladen zur Verfügung stellen werde.

Natürlich gibt es auch Aufgaben, bei denen man auf verschiedenen Wegen zum Ziel kommt. Falls ihr mit einem anderen Lösungsweg als in der Musterlösung dargestellt auf dasselbe Ergebnis kommt, kann euer Weg natürlich auch richtig sein.

***VORSICHT FALLE:***

Nach meiner Erfahrung hilft es Schülern, wenn man nicht nur darstellt, wie etwas gemacht wird, sondern auch, wie (und warum) etwas nicht gemacht werden darf.

Ich habe daher in dem Buch auch typische Fehler und Irrtümer dargestellt, die Schüler aufgrund meiner langjährigen Erfahrung immer wieder machen. Sie sind durch das entsprechende Symbol am Rand gekennzeichnet.

Wer diese "Fettnäpfchen" kennt, kann ihnen besser ausweichen.

*Hinweis zur Rundung der Ergebnisse:*

1.) *Beim Thema „Gleichungen lösen“ und „Geraden und Parabeln“) sowie bei Körper- und Flächenaufgaben mit der Formvariablen „e“ (Kapitel 7.2 und 8.3) darf generell nicht gerundet werden.*
2.) *Bei Aufgaben, die nicht die genannten Themen aus 1.) betreffen, werden die Ergebnisse in diesem Buch in den Musterlösungen auf 1 oder 2 Stellen nach dem Komma gerundet. Handelt es sich dabei um Zwischenergebnisse, wird mit diesen gerundeten Ergebnissen weitergerechnet.*

    *Hierdurch kann es zu leichten Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Musterlösungen und euren Lösungen kommen.*

    ***Die von mir in 2.) angewandten Rundungsregeln sind nicht allgemein verbindlich. Fragt hier bitte bei eurem Lehrer/in nach, wie (Zwischen)-Ergebnisse gerundet werden sollen.***

Wichtige Formeln, die ihr häufig in der Prüfung benötigt oder Rechenverfahren, die ihr auswendig lernen solltet sind in einem fetten Rahmen dargestellt.

Auch wenn ich mir viel Mühe gebe, Tipp- und Flüchtigkeitsfehler zu vermeiden, kann ich diese natürlich nicht komplett ausschließen. Solltet ihr Fehler entdecken, bin ich für eine Mitteilung dankbar. Auch Anregungen und konstruktive Kritik werden von mir gerne entgegengenommen und bei der Aktualisierung berücksichtigt.

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung dieses Buches und alles Gute für eure Prüfung !**

**Alexander Schwarz**

# Inhaltsverzeichnis

# Ablauf der schriftlichen Prüfung

Die schriftliche Abschlussprüfung besteht aus zwei Teilen:

Teil 1: Pflichtbereich
Teil 2: Wahlbereich

Die Arbeitszeit beträgt insgesamt 180 Minuten.

Folgende Themengebiete umfasst die Abschlussprüfung:

- Lösung von linearen Gleichungssystemen
- Lösung von Gleichungen (quadratische und/oder Bruchgleichungen)
- Parabeln und Geraden
- Zinsrechnung
- Diagramme und Prozentrechnen
- Auswertung von Daten
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Trigonometrie
- Körperrechnung

**Pflichtbereich:**
Der Pflichtbereich umfasst in der Regel 8 Aufgaben, wobei alle Aufgaben gelöst werden müssen. Im Pflichtbereich werden Grundkenntnisse und Grundfertigkeiten sowie grundlegende Lösungsstrategien geprüft.

Im Pflichtbereich können 30 Punkte erreicht werden.

**Wahlbereich:**
Der Wahlbereich umfasst vier Aufgaben, von denen die Fachlehrer den Schülern drei zur Wahl stellen. Die Schüler müssen zwei der drei Aufgaben bearbeiten. Bearbeiten die Schüler alle drei Aufgaben, werden die beiden besten bewertet. Die Aufgaben des Wahlbereichs stellen erhöhte Ansprüche bezüglich der Lösungsstrategien und Begründungen.

Im Wahlbereich können 20 Punkte erreicht werden.

Insgesamt können 50 Punkte erzielt werden. Der gesamte Pflichtbereich (30 Punkte) entspricht der Note 3,0.

## Übersicht der Prüfungsgebiete seit 2012

Die folgende Übersicht zeigt, welche Themen in den einzelnen Prüfungsjahrgängen bisher vorgekommen sind.
„P“ bedeutet, dass zu diesem Thema eine Aufgabe im Pflichtbereich gestellt wurde.
„W“ bedeutet, dass zu diesem Thema eine Aufgabe im Wahlbereich gestellt wurde.
„P;W“ bedeutet, dass zu diesem Thema sowohl im Pflicht- als auch im Wahlbereich eine Aufgabe gestellt wurde.

Natürlich kann man damit keine sichere Aussage treffen, welche Themen in der nächsten Prüfung vorkommen werden. Aber man bekommt zumindest ein Gefühl, welche Themen seit vielen Jahren gefragt werden und was man folglich auf jeden Fall gut lernen sollte.

| Thema | Kapitel | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gleichungssystem | 1.1 | P | | | P | | | | P |
| Quadrat. Gleichung | 1.2 | | P | | | | P | | |
| Bruchgleichung | 1.3 | | | P | | P | | P | |
| Parabel ohne Anwendung | 2 | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W |
| Parabel Anwendung | 2 | W | W | W | W | W | W | W | W |
| Zinsrechnen | 3 | | P | | | | | | |
| Prozent/Diagramm | 4 | P | | P | P | P | P | P | P |
| Auswertung Daten | 5 | P | P | P | P | P | P | P | P |
| Wahrscheinlichkeit | 6 | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W |
| Flächenaufgaben ohne e | 7.1 | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W |
| Flächenaufgaben mit e | 7.2 | W | W | W | W | | W | W | |
| Körperaufgaben ohne e | 8.1/8.2 | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W | P,W |
| Körperaufgaben mit e | 8.3 | | | | | W | | | W |

# 1 Gleichungen lösen

Das Lösen von Gleichungen ist als Handwerkszeug in der Abschlussprüfung wichtig.
Im Pflichtbereich müsst ihr ein lineares Gleichungssystem (Kapitel 1.1) oder eine quadratische Gleichung (Kapitel 1.2) oder eine Bruchgleichung (Kapitel 1.3) lösen.

## 1.1 Lineare Gleichungssysteme

Ein lineares Gleichungssystem besteht aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten.

Das Ziel besteht darin, dass ihr für die beiden Variablen (die meistens mit x und y bezeichnet werden) Zahlen findet, so dass beide Gleichungen erfüllt sind.
Für die Lösung solcher Gleichungssysteme könnt ihr das **Additionsverfahren** anwenden.

**Erklärung Additionsverfahren**

Löse das Gleichungssystem rechnerisch:

$$2x = 7 - 3y$$

$$-3x + 2y = -4$$

*1.Schritt:* *Sortieren*

Zunächst müsst ihr beide Gleichungen so sortieren, dass auf der linken Seite die Terme mit den Variablen und auf der rechten Seite die Zahlen ohne die Variablen stehen.
Außerdem müssen die Terme mit x und y jeweils genau untereinanderstehen:

$$\begin{array}{rrcr} 2x & +3y & = & 7 \\ -3x & +2y & = & -4 \end{array}$$

*2.Schritt:* *Gleichungen durchmultiplizieren*

Die Gleichungen müsst ihr nun so multiplizieren, dass vor x (oder vor y) zwei gleiche Zahlen mit unterschiedlichem Vorzeichen stehen.

Wir wählen für dieses Beispiel die Zahlen vor x aus:
Bei der 1.Gleichung steht vor der Variablen x die Zahl 2 und bei der 2.Gleichung die Zahl -3.

Ihr braucht nun eine (möglichst kleine) Zahl, in der 2 und 3 als Teiler enthalten sind - dies ist hier 6. Ihr multipliziert beide Gleichungen nun so, dass bei beiden Gleichungen die Zahl 6 vor der Variable x steht - einmal jedoch mit positivem und einmal mit negativem Vorzeichen.

1.Gleichung (mit 3 durchmultipliziert): $6x + 9y = 21$

2.Gleichung (mit 2 durchmultipliziert): $-6x + 4y = -8$

***VORSICHT FALLE:***

Beim Durchmultiplizieren einer Gleichung müsst ihr alle Ausdrücke berücksichtigen.
Bei der 1.Gleichung darf nicht nur 2x mit 3 multipliziert werden, sondern auch 3y und auf der anderen Seite die Zahl 7.

*3.Schritt:* *<u>Gleichungen addieren und eine Variable berechnen</u>*

Beide Gleichungen müsst ihr nun addieren. Dabei fällt eine Variable weg und ihr müsst nur noch die Ergebnisgleichung, die nur noch eine Variable enthält, lösen.

$$\begin{array}{rrcr} 6x & +9y & = & 21 \\ -6x & +4y & = & -8 \\ \hline & 13y & = & 13 \end{array}$$

$$13y = 13 \overset{:13}{\Rightarrow} y = 1$$

*4.Schritt:* *<u>Zweite Variable berechnen</u>*

Die erhaltene Lösung für die eine Variable setzt ihr in eine der gegebenen Gleichungen aus dem 1.Schritt ein. y = 1 in die 1.Gleichung eingesetzt ergibt:

$$2x + 3 \cdot 1 = 7 \quad \Rightarrow 2x = 4 \quad \Rightarrow x = 2$$

Lösungsmenge: L = {(2/1)}

***VORSICHT FALLE:***

Nicht die runde Klammer in den geschweiften Klammern vergessen!
Zunächst wird der x-Wert und dann der y-Wert in die Lösungsmenge geschrieben.

Es kann auch vorkommen, dass wir das Gleichungssystem zunächst vereinfachen müssen, bevor wir das Additionsverfahren anwenden können:

**Beispiel 1.1:**

Löse das Gleichungssystem rechnerisch:

$$3(x-2y)-2(y-x)=14$$
$$8(x-y)-2x=16$$

*1.Schritt:* *<u>Zusammenfassen und Sortieren</u>*

Hier müsst ihr zunächst die Klammern auflösen und alles zusammenfassen:

1.Gleichung:

$3(x-2y)-2(y-x)=14$

$\Leftrightarrow 3x-6y-2y+2x=14$

$\Leftrightarrow 5x-8y=14$

2.Gleichung:

$8(x-y)-2x=16$

$\Leftrightarrow 8x-8y-2x=16$

$\Leftrightarrow 6x-8y=16$

Dann habt ihr folgendes Gleichungssystem:
$$\begin{array}{rrcr} 5x & -8y & = & 14 \\ 6x & -8y & = & 16 \end{array}$$

*2.Schritt:* *<u>Gleichungen durchmultiplizieren</u>*

Beim Addieren soll die Variable y herausfallen. Deshalb wird die 1.Gleichung mit -1 durchmultipliziert, damit vor y einmal 8 und einmal -8 steht.

$$\begin{array}{rrcrl} 5x & -8y & = & 14 & \mid \cdot(-1) \\ 6x & -8y & = & 16 & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{rrcr} -5x & +8y & = & -14 \\ 6x & -8y & = & 16 \end{array}$$

*3.Schritt:* *<u>Gleichungen addieren und eine Variable berechnen</u>*

$$\begin{array}{rrcr} -5x & +8y & = & -14 \\ 6x & -8y & = & 16 \\ \hline x & & = & 2 \end{array}$$

*4.Schritt:* *<u>Zweite Variable berechnen</u>*

Einsetzen von x = 2 in eine Gleichung aus dem 1.Schritt: $5 \cdot 2-8y=14 \quad \Rightarrow y=-0{,}5$

Lösungsmenge: L = { $(2/-0{,}5)$ }

# Übungsaufgaben zu Kapitel 1.1

**Aufgabe 1-1: (Pflichtbereich 2008)**

Lösen Sie das Gleichungssystem:

$$\frac{3y-7}{2}-5=x$$

$$y-6=\frac{x+3}{5}$$

**Aufgabe 1-2: (Pflichtbereich 2010)**

Lösen Sie das Gleichungssystem:

$$\frac{x-3}{2}=y+1$$

$$\frac{2x-5}{3}-10(y-1)=16$$

**Aufgabe 1-3: (Pflichtbereich 2012)**

Lösen Sie das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 2(x-3y)-(x-y) &= 7 \\ 2(5y-x)+16 &= \frac{4x-2}{3} \end{aligned}$$

**Aufgabe 1-4: (Pflichtbereich 2015)**

Lösen Sie das Gleichungssystem:

$$(1) \qquad \frac{x-4y}{3}=4$$

$$(2) \qquad 3(2x+y)-17=\frac{x-2}{2}$$

**Lösungen zur Kontrolle:**

1-1: x = 2 ; y = 7 1-2: x = 4 ; y = -0,5 1-3: x = 2 ; y = -1 1-4: x = 4 ; y = -2

## 1.2 Quadratische Gleichungen

Damit ihr quadratische Gleichungen in der Abschlussprüfung lösen könnt, ist es sehr wichtig, dass ihr das Auflösen von binomischen Formeln beherrscht.

Daher folgt zunächst eine kurze Wiederholung der Binome:

**Binomische Formeln**

1. binomische Formel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. binomische Formel: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. binomische Formel: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

***VORSICHT FALLE:***

Auch wenn diese Formeln in der Formelsammlung stehen, müsst ihr diese auswendig lernen. Wer die Binome nicht im Kopf hat, hat das Problem, dass er ein Binom häufig gar nicht erkennt. Dann passieren Fehler wie zum Beispiel: $(x+2)^2 = x^2 + 4$, was natürlich falsch ist.

**Beispiel 1.2:** Binome auflösen

$(3x-2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$ (2.Binom)

$(4x+3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$ (1.Binom)

$(x-6)^2 = x^2 - 12x + 36$ (2. Binom)

$(0{,}5a+2)^2 = 0{,}25a^2 + 2a + 4$ (1. Binom)

$(6a+3b)(6a-3b) = 36a^2 - 9b^2$ (3. Binom)

Wenn vor einem Binom noch eine Zahl anmultipliziert ist oder ein Minuszeichen davorsteht, müsst ihr den Term in 2 Schritten auflösen:

**Beispiel 1.3:** Binome auflösen in zwei Schritten

Zuerst die Quadratklammer (also das Binom) lösen und das Ergebnis des Binoms wiederum in eine Klammer schreiben. Im zweiten Schritt wird dann diese Klammer gelöst.

a) $3 \cdot (x-2)^2 = 3 \cdot \left(x^2 - 4x + 4\right) = 3x^2 - 12x + 12$

(zuerst 2. binomische Formel, im nächsten Schritt mit 3 ausmultiplizieren)

b) $-(3x+2)^2 = -\left(9x^2 + 12x + 4\right) = -9x^2 - 12x - 4$

(zuerst 1. binomische Formel, dann im nächsten Schritt die Minusklammer auflösen)

c) $5 \cdot (2x-1)(2x+1) = 5 \cdot \left(4x^2 - 1\right) = 20x^2 - 5$

(zuerst 3. binomische Formel, dann im nächsten Schritt mit 5 ausmultiplizieren)

Bevor wir uns um das Lösen von quadratischen Gleichungen kümmern, in folgendem Beispiel noch weitere komplizierte Terme, die vereinfacht werden sollen.

**Beispiel 1.4:**

a) $2\cdot(x-1)^2-(x+4)(x+5)$

Zunächst die Quadratklammer berechnen (2. Binom), die Klammer aber wegen des Multiplikators 2 stehen lassen.

Dann die beiden hinteren Klammer ausmultiplizieren aber wegen des Minuszeichens davor eine Klammer um das Ergebnis setzen: $\Rightarrow 2(x^2-2x+1)-(x^2+5x+4x+20)$

Die erste Klammer mit 2 ausmultiplizieren, die zweite Klammer mit der Minusklammerregel auflösen: $\Rightarrow 2x^2-4x+2-x^2-5x-4x-20$

Zum Schluss zusammenfassen: $x^2-13x-18$

b) $5-(3x+1)^2-2(3x+1)(x-2)$

Zunächst die Quadratklammer berechnen (1.Binom), die Klammer aber wegen des Minuszeichens davorstehen lassen.

Dann die beiden hinteren Klammern ausmultiplizieren, aber wegen des Faktors 2 davor eine Klammer um das Ergebnis setzen: $\Rightarrow 5-(9x^2+6x+1)-2(3x^2-6x+x-2)$

Die erste Klammer mit der Minusklammerregel auflösen, die zweite Klammer mit der Zahl 2 ausmultiplizieren: $\Rightarrow 5-9x^2-6x-1-6x^2+12x-2x+4$

Zum Schluss zusammenfassen: $-15x^2+4x+8$

Nun kommen wir zum Lösen von quadratischen Gleichungen:

Eine Gleichung heißt **quadratisch**, wenn nach kompletter Zusammenfassung der Gleichung die Variable x² enthalten ist.

Die quadratische Gleichung $x^2+px+q=0$ wird mit Hilfe der "p-q-Formel" gelöst:

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Neben der "p-q-Formel" gibt es auch noch eine weitere Formel, die "a-b-c-Formel":

Die quadratische Gleichung $ax^2+bx+c=0$ kann mit folgender Formel gelöst werden:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Die "a-b-c-Formel" wird auch als "Mitternachtsformel" bezeichnet.

***VORSICHT FALLE:***

Die Formeln dürfen ihr erst dann anwenden, wenn die quadratische Gleichung *gleich Null gesetzt ist*.

Natürlich reicht es aus, wenn man nur eine der beiden Formeln auswendig kennt, da man mit beiden Formeln zum Ziel kommt.
In den folgenden Beispielen und auch in den Musterlösungen werden beide Formeln dargestellt.

**Beispiel 1.5:**

Löse die quadratische Gleichung $2x^2 - 3x + 1 = 0$

1.) mit der p-q-Formel

Bei der p-q-Formel liegt als Ansatz die Gleichung $x^2 + px + q = 0$ vor.

Wir erkennen, dass in diesem Gleichungsansatz vor dem $x^2$ keine Zahl steht (bzw. gedanklich $1x^2$ steht)

Bevor wir die p-q-Formel anwenden, müssen wir die zu lösende Gleichung durch die Zahl dividieren, die an $x^2$ anmultipliziert ist. In unserer Gleichung müssen wir durch 2 dividieren.

$2x^2 - 3x + 1 = 0 \quad | : 2 \qquad \Rightarrow x^2 - 1{,}5x + 0{,}5 = 0 \quad (*)$

Es muss jeder Ausdruck in der Gleichung durch 2 geteilt werden !

Anwendung der p-q-Formel auf die Gleichung (*): Es ist p = -1,5 und q = 0,5:

$$x_{1,2} = -\frac{-1{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1{,}5}{2}\right)^2 - 0{,}5} = 0{,}75 \pm \sqrt{0{,}0625} = 0{,}75 \pm 0{,}25 \quad \text{also } x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 0{,}5$$

***VORSICHT FALLE:***

Bei der Berechnung von p und q passiert gerne der Fehler, dass Vorzeichen vergessen werden. Es ist p = -1,5 und nicht p = 1,5 !

2.) mit der a-b-c-Formel

Bei der a-b-c-Formel liegt als Ansatz die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ vor.

Der Vorteil gegenüber der p-q-Formel liegt darin, dass man die Gleichung nicht vorher noch dividieren muss. Es ist a = 2, b = -3, c = 1

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \quad \text{also } x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 0{,}5$$

***VORSICHT FALLE:***

Bei der Berechnung von a, b und c passiert gerne der Fehler, dass Vorzeichen vergessen werden. Es ist b = -3 und nicht b = 3 !

**Beispiel 1.6:**

Löse die quadratische Gleichung $x^2 - 6x + 9 = 0$

1.Schritt: Klammern auflösen und Gleichung = 0 setzen

Dies müssen wir hier nicht mehr machen.

2.Schritt: p-q-Formel bzw. a-b-c-Formel:

p-q-Formel:

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$p = -6$ , $q = 9$ $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{3^2 - 9} = 3 \pm \sqrt{0}$

Es gibt nur eine Lösung, nämlich x= 3.

a-b-c-Formel:

$x^2 - 6x + 9 = 0$

Es ist a = 1, b = -6 und c = 9

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Es gibt nur eine Lösung, nämlich x =3.

**Beispiel 1.7:**

Löse die Gleichung $2x^2 - 4x + 10 = 0$

1.Schritt: Klammern auflösen und Gleichung = 0 setzen

Dies müsst ihr hier nicht mehr machen.

2.Schritt: p-q-Formel bzw. a-b-c-Formel:

p-q-Formel:

$2x^2 - 4x + 10 = 0 \quad | :2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - 5} = 1 \pm \sqrt{-4}$

a-b-c-Formel:

$2x^2 - 4x + 10 = 0$

Es ist a = 2, b = -4 und c = 10

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 2 \cdot 10}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{-64}}{4}$$

Da der Ausdruck unter der Wurzel negativ ist, ist die Gleichung nicht lösbar.

Eine quadratische Gleichung kann zwei verschiedene Lösungen (Beispiel 1.5) oder genau eine Lösung (Beispiel 1.6) oder gar keine Lösung (Beispiel 1.7) besitzen. Das hängt alleine von dem Ergebnis unter der Wurzel ab.

Die notwendigen Rechenschritte zur Lösung einer etwas komplizierteren quadratischen Gleichung werden anhand des folgenden Beispiels dargestellt:

**Beispiel 1.8:**

Löse die Gleichung $-2 \cdot (2x + 1)^2 + x \cdot (3x - 1) = -(2x - 1)^2 - 15$

1.Schritt: Klammern auflösen und Gleichung = 0 setzen

Sämtliche Klammern auflösen unter Beachtung der Regeln aus Beispiel 1.5/1.6 und die

Gleichung = 0 setzen

$-2(4x^2+4x+1)+3x^2-x=-(4x^2-4x+1)-15$ (1.Binom bzw. 2. Binom)

$-8x^2-8x-2+3x^2-x=-4x^2+4x-1-15 \quad \Leftrightarrow \quad -x^2-13x+14=0$

2.Schritt: p-q-Formel bzw. a-b-c-Formel:

p-q-Formel:

$-x^2-13x+14=0 \quad | : (-1)$

$\Leftrightarrow x^2+13x-14=0$

$p=13, \ q=-14$

$\Rightarrow x_{1,2}=-\frac{13}{2}\pm\sqrt{\frac{169}{4}-(-14)}=-\frac{13}{2}\pm 7{,}5$

$x_1=1, \ x_2=-14$

a-b-c-Formel:

$-x^2-13x+14=0$

Es ist a = -1, b = -13 und c = 14

$x_{1,2}=\frac{13\pm\sqrt{13^2-4\cdot(-1)\cdot 14}}{2\cdot(-1)}=\frac{13\pm 15}{-2}$

$x_1=\frac{13-15}{-2}=1$ und $x_2=\frac{13+15}{-2}=-14$

Es kann auch der Fall vorkommen, dass in der quadratischen Gleichung Brüche auftreten mit Zahlen im Nenner:

**Beispiel 1.9:**

Löse die quadratische Gleichung $\frac{x^2}{3}+\frac{2x-1}{4}=\frac{8x-1}{12}$

Tauchen in einer quadratischen Gleichung Brüche auf, dann müsst ihr zunächst dafür sorgen, dass diese Brüche verschwinden.
Um dies zu erreichen, multipliziert ihr die Gleichung mit dem Hauptnenner durch.
Das kleinste gemeinsame Vielfache von 3 und 4 und 12 ist 12.

1.Schritt: Gleichung mit dem Hauptnenner durchmultiplizieren und gleich Null setzen

$\overset{\cdot 12}{\Rightarrow} \frac{12x^2}{3}+\frac{12(2x-1)}{4}=\frac{12\cdot(8x-1)}{12}$ und dann die Brüche kürzen: $4x^2+3(2x-1)=8x-1$

$\Rightarrow 4x^2+6x-3=8x-1 \quad \Rightarrow 4x^2-2x-2=0$

2.Schritt: p-q-Formel bzw. a-b-c-Formel:

p-q-Formel:

$4x^2-2x-2=0 \quad | : 4$

$\Leftrightarrow x^2-0{,}5x-0{,}5=0$

$p=-0{,}5, \ q=-0{,}5$

$\Rightarrow x_{1,2}=0{,}25\pm\sqrt{(-0{,}25)^2+0{,}5}=0{,}25\pm 0{,}75$

$x_1=1, \ x_2=-0{,}5$

a-b-c-Formel:

$4x^2-2x-2=0$

Es ist a = 4, b = -2 und c = -2

$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 4\cdot(-2)}}{2\cdot 4}=\frac{2\pm 6}{8}$

$x_1=\frac{2+6}{8}=1$ und $x_2=\frac{2-6}{8}=-0{,}5$

Es gibt auch Sonderfälle bei quadratischen Gleichungen, bei denen die Anwendung der p-q- Formel bzw. a-b-c-Formel nicht notwendig ist:

**Beispiel 1.10: (Sonderfälle bei quadratischen Gleichungen)**

a) $x^2 - 3x = 0$ (hier fehlt die Zahl ohne Variable)

Bei Anwendung der p-q-Formel gilt: p = -3 und q = 0.

Bei Anwendung der a-b-c-Formel gilt: a = 1 , b = -3 und c = 0.

Lösung <u>ohne p-q-Formel bzw. ohne a-b-c-Formel:</u>

Ausklammern von x liefert: $x \cdot (x - 3) = 0$

Die Lösung der Gleichung findet ihr so, indem wir jeden einzelnen Multiplikator auf der linken Seite gleich 0 setzt: x = 0 und x - 3 = 0.

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich: $x = 0$ und x = 3.

b) $x^2 - 5 = 0$ (hier fehlt der Ausdruck mit x)

Bei Anwendung der p-q-Formel gilt: p = 0 und q = -5.

Bei Anwendung der a-b-c-Formel gilt: a = 1 , b = 0 und c = -5.

Lösung <u>ohne p-q-Formel bzw. ohne a-b-c-Formel:</u>

Gleichung nach $x^2$ auflösen und dann die Wurzel ziehen.

$x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ (zwei Lösungen !!)

***VORSICHT FALLE:***

Bei Gleichungen wie In Beispiel 1.10 b) wird gerne die zweite Lösung vergessen.

# Übungsaufgaben zu Kapitel 1.2

**Aufgabe 1-5:**

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $-2(x-3)^2+(x-3)(x+5)=5(-3+5x)$ b) $-(x+3)(x-3)-(x+8)^2=-x(x+2)-7$

c) $3(x+5)-5(x^2-3(x-25))=6x\cdot(6-x)$ d) $\frac{x(x+1)}{5}-\frac{x-1}{2}=1$

**Aufgabe 1-6 (Pflichtbereich 2013)**

Löse die Gleichung: $(3x+1)^2+x(5-4x)=(\frac{1}{2}x-1)(6x+2)-11$

**Lösungen zur Kontrolle:**

1-5: a) L = {-9 ; -2} b) L = {-6 ; -8} c) L = {30 ; -12} d) L= {2,5 ; -1}

1-6: L = {-1 ; -7}