

Hauptprüfung Abiturprüfung 2020

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2020

Anwendungsorientierte Analysis

4

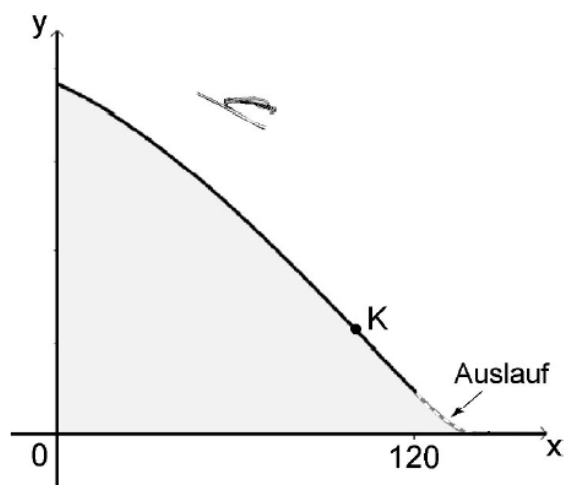
Die Abbildung zeigt die Aufsprungbahn einer Skisprungschanze.

Der obere Teil der Aufsprungbahn wird durch f mit

$$f(x) = 0,000012x^3 - 0,00378x^2 - 0,27x + 76$$

für $0 \leq x \leq 120$ modelliert.

Der untere Teil der Aufsprungbahn dient als Auslauf. Alle Angaben sind in Meter.



4.1 Die Aufsprungbahn hat im kritischen Punkt K ihr größtes Gefälle.

Weisen Sie nach, dass die x-Koordinate von K den Wert 105 besitzt und berechnen Sie den Winkel, den die Aufsprungbahn in K mit der Horizontalen einschließt.

(5 Punkte)

4.2 Die Flugbahn eines Skispringers wird durch die Parabel mit der Gleichung

$$y = -0,00132x^2 - 0,436x + 80$$

Prüfen Sie, ob die Flugbahn an der Stelle $x = 100$ tangential in die Aufsprungbahn übergeht.

(3 Punkte)

4.3 Erläutern Sie im Sachkontext, welche Größe durch die Berechnung

$$\sqrt{(f(0) - f(40))^2 + 1600} + \sqrt{(f(40) - f(80))^2 + 1600} + \sqrt{(f(80) - f(120))^2 + 1600} \approx 137,5$$

(2 Punkte)

Lösungen

4.1 K ist der Wendepunkt des Schaubildes von f.

Hinreichende Bedingung für Wendepunkte: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$

$$f'(x) = 0,000036x^2 - 0,00756x - 0,27$$

$$f''(x) = 0,000072x - 0,00756$$

$$f'''(x) = 0,000072$$

Kontrolle für $x = 105$:

$$f''(105) = 0 \quad \text{und} \quad f'''(105) = 0,000072 \neq 0$$

Damit existiert bei $x = 105$ eine Wendestelle.

Wegen $f'(105) = -0,6669$ ist die Steigung negativ und daher das Gefälle dort am größten.

Winkel mit der Horizontalen:

Steigung der Tangente in K: $m = -0,6669$

Berechnung des Steigungswinkels: $m = \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = -0,6669 \Rightarrow \alpha \approx -33,7^\circ$.
Der gesuchte Winkel beträgt $33,7^\circ$.

Hinweis: Das Ergebnis des WTR ist negativ, weil der Winkel von der waagrechten x-Achse aus bis zur Tangente in K im Uhrzeigersinn gemessen wird.
Entgegen dem Uhrzeigersinn würde sich der Winkel $\alpha = -33,7^\circ + 180^\circ = 146,3^\circ$ ergeben.

4.2 Ein „tangentialer Übergang“ liegt vor, wenn sich die beiden Schaubilder an der Stelle $x = 100$ berühren.

Die Flugbahn sei die Funktion $g(x) = -0,00132x^2 - 0,436x + 80$ mit
 $g'(x) = -0,00264x - 0,436$

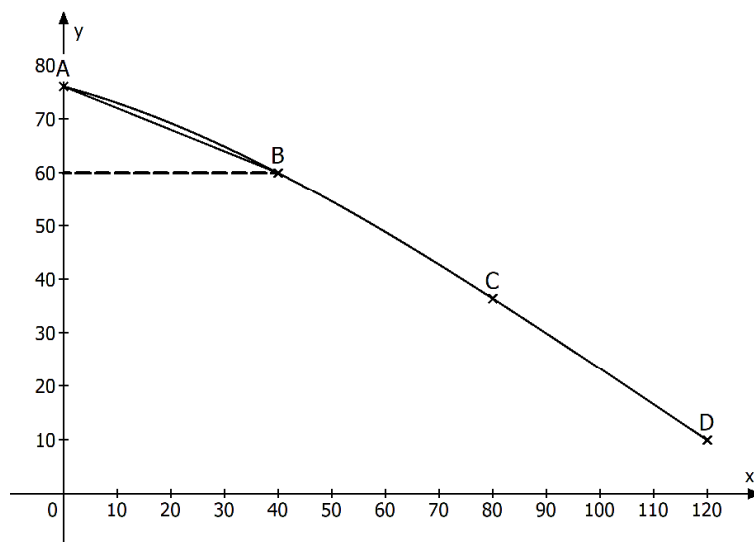
Bedingung für Berührung: $f(100) = g(100)$ und $f'(100) = g'(100)$

$f(100) = 23,2$ und $g(100) = 23,2$. Somit ist die 1. Bedingung erfüllt.

$f'(100) = -0,666$ und $g'(100) = -0,7$.

Da $f'(100) \neq g'(100)$, geht die Flugbahn an der Stelle $x = 100$ nicht tangential in die Aufsprungbahn über.

- 4.3 Bei den Wurzeltermen handelt es sich jeweils um die Abstandsformeln zwischen zwei Punkten im Koordinatensystem.
Durch die Terme $f(0)$, $f(40)$, $f(80)$ und $f(120)$ erkennt man, dass es um Punkte geht, die auf dem Schaubild von f (also auf der Aufsprungbahn) liegen mit den x -Werten $x = 0$, $x = 40$, $x = 80$ und $x = 120$.



Die Punkte sind in der Skizze eingezeichnet:

A(0|f(0)) B(40|f(40)) C(80|f(80)) D(120|f(120))

Der Term $\sqrt{(f(0) - f(40))^2 + 1600}$ beschreibt den Abstand der Punkte A und B (Satz des Pythagoras).

Die beiden anderen Wurzelterme beschreiben den Abstand der Punkte B und C bzw. der Punkte C und D.

Die Summe der drei Längen ergibt den berechneten Wert von etwa 137,5 Meter.

Die Summe der Längen stellt eine Näherung für die Länge der oberen Aufsprungbahn dar.