

Hauptprüfung Abiturprüfung 2020

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2020

Anwendungsorientierte Analysis

3

Das Training einer Schwimmerin wird mit Videos ausgewertet. Abbildung 1 zeigt modellhaft die Geschwindigkeit v der Schwimmerin in Metern (m) pro Sekunde (s) in Abhängigkeit von der Zeit t in s.

Ein Armzyklus dauert 1,2s.

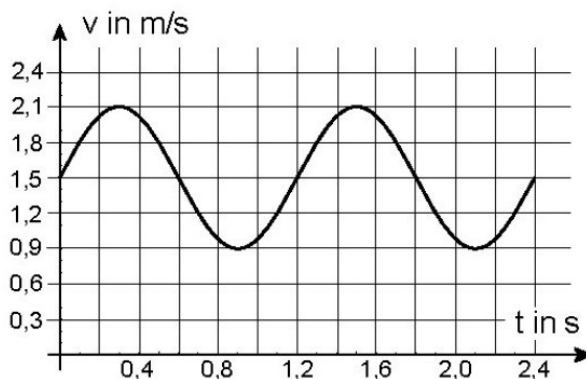


Abbildung 1

- 3.1 Begründen Sie mit Hilfe von Abbildung 1, dass die Geschwindigkeit v ab dem Beobachtungsbeginn ($t = 0$) durch die Funktionsgleichung

$$v(t) = 1,5 + 0,6 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{3} \cdot t\right)$$

beschrieben werden kann.

(3 Punkte)

- 3.2 Ermitteln Sie die Länge der Strecke, die gemäß des Modells während eines Armzyklus zurückgelegt wird.

Bestimmen Sie damit die Zeit, die die Schwimmerin für 36m benötigt.

(3 Punkte)

3.3

Zum Zeitpunkt $t = 24$ beginnt die Schwimmerin ihren Endspurt. Dabei erhöht sich ihre Geschwindigkeit pro Sekunde zusätzlich um $0,05 \text{ m/s}$. Die Geschwindigkeit der Schwimmerin ist in Abbildung 2 dargestellt und wird ab $t = 24$ durch eine Funktion v_E modelliert.

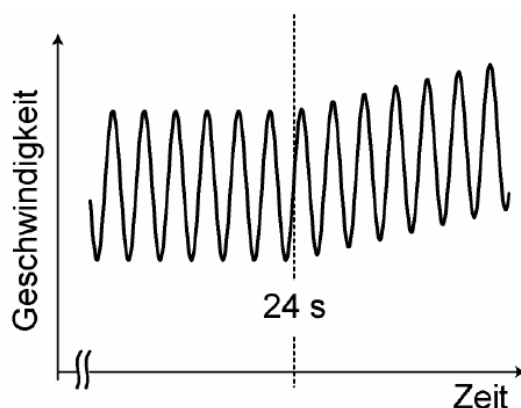


Abbildung 2

- 3.3.1 Interpretieren Sie den Ansatz $\int_{24}^{24+u} v_E(t) dt = 14$ im Sachzusammenhang.

(2 Punkte)

- 3.3.2 Geben Sie einen Funktionsterm für die Funktion v_E an.

(2 Punkte)

Lösungen

- 3.1 Da das Schaubild auf der y-Achse eine Wendestelle mit positiver Steigung besitzt, kann das Schaubild durch den Ansatz $v(t) = a \cdot \sin(bt) + d$ mit $a > 0$ berechnet werden.

$$\text{Höhe der Mittellinie: } d = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{2,1 + 0,9}{2} = 1,5$$

$$\text{Amplitude: } a = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{2,1 - 0,9}{2} = 0,6$$

$$\text{Die Periode ist } p = 1,2. \text{ Daraus folgt } b = \frac{2\pi}{1,2} = \frac{5}{3}\pi$$

Diese Werte finden sich in der angegebenen Funktionsgleichung.

- 3.2 Die Länge der Strecke ergibt sich mit folgendem Integral:

$$\begin{aligned} \int_0^{1,2} v(t) dt &= \left[1,5t - 0,6 \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right) \cdot \frac{3}{5\pi} \right]_0^{1,2} \\ &= 1,5 \cdot 1,2 - 0,6 \cdot \cos(2\pi) \cdot \frac{3}{5\pi} - \left(0 - 0,6 \cdot \cos(0) \cdot \frac{3}{5\pi}\right) = 1,8 - \frac{1,8}{5\pi} + \frac{1,8}{5\pi} = 1,8 \end{aligned}$$

Die Schwimmerin legt innerhalb eines Armzyklus 1,8 Meter zurück.

36 Meter entspricht $\frac{36}{1,8} = 20$ Armzyklen.

Zeit für 36 Meter = $20 \cdot 1,2\text{s} = 24\text{s}$

Die Schwimmerin benötigt 24 Sekunden für 36 Meter.

- 3.3.1 Interpretation von: $\int_{24}^{24+u} v_E(t) dt = 14$

Mit dem Ansatz kann die Zeit u berechnet werden, welche die Schwimmerin ab dem Zeitpunkt $t = 24$ für weitere 14 Meter benötigt.

- 3.3.2 Pro Sekunde wächst die Geschwindigkeit um 0,05 m/s für $t \geq 24$.
Das heißt, dass die Funktion $v_E(t)$ ist nur für $t \geq 24$ definiert.

$$v_E(t) = v(t) + 0,05 \cdot (t - 24) \text{ für } t \geq 24$$

Hinweis: $v_E(t) = v(t) + 0,05 \cdot t$ wäre falsch, da man hier davon ausgehen würde, dass sich die Geschwindigkeit schon ab $t = 0$ um 0,05 m/s wächst (und nicht erst ab $t = 24$)