

Hauptprüfung Abiturprüfung 2020

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2020

Anwendungsorientierte Analysis

2

Der Wasserzufluss bzw. der Wasserabfluss eine Staubeckens wird über 24 Stunden hinweg beobachtet und durch die Funktion v

$$\text{mit } v(t) = \frac{1}{4}(t^2 - 36)(t - 20); \quad 0 \leq t \leq 24$$

Modelliert.

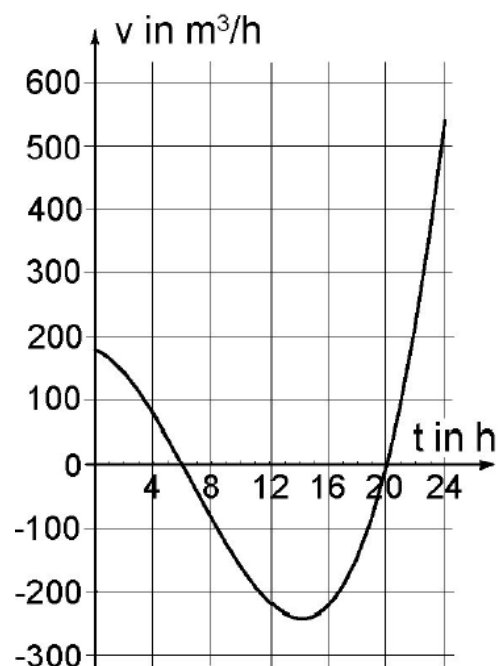
Hierbei gibt t die Zeit seit Beginn der Beobachtung ($t = 0$) in Stunden an.

$v(t)$ wird in Kubikmeter pro Stunde $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)$

gemessen.

Bei Wasserzufluss ist $v(t)$ positiv und bei Wasserabfluss ist $v(t)$ negativ.

Die Abbildung zeigt das Schaubild von v .



2.1 Nehmen Sie Stellung zu folgender Aussage:

„Es gibt einen Zeitpunkt, an dem $280 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ abfließen.“

Geben Sie den maximalen Wasserzufluss und den zugehörigen Zeitpunkt an.

(3 Punkte)

2.2 Berechnen Sie den Wert des Wasserzuflusses zu Beginn der Beobachtung und wie viele Minuten vergehen, bis v diesen Wert erneut erreicht.

(4 Punkte)

2.3 20 Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich noch 1000 m^3 Wasser im Becken.

Erläutern Sie, wie man die Wassermenge im Staubecken zum Zeitpunkt $t = 0$ ermitteln kann und geben Sie diese Wassermenge näherungsweise an.

(3 Punkte)

Lösungen

- 2.1 Die Aussage ist falsch.
Aus dem Schaubild von v lässt sich ein maximaler Abfluss von ca. 240 m³/h ablesen.

Der maximale Wasserzufluss existiert gemäß Schaubild nach 24 Stunden.

Es gilt $v(24) = 540$.

Somit beträgt der maximale Wasserzufluss 540 m³/h.

- 2.2 Wasserzufluss zu Beginn: $v(0) = 180$ m³/h

Gesucht ist der Zeitpunkt t , für den gilt: $v(t) = 180$

$$\frac{1}{4}(t^2 - 36)(t - 20) = 180$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(t^3 - 20t^2 - 36t + 720) = 180$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}t^3 - 5t^2 - 9t + 180 = 180$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}t^3 - 5t^2 - 9t = 0$$

$$\Leftrightarrow t \left(\frac{1}{4}t^2 - 5t - 9 \right) = 0 \quad \text{Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt}$$

Gleichung I): $t = 0$ kommt als Lösung nicht in Frage

$$\text{Gleichung II): } \frac{1}{4}t^2 - 5t - 9 = 0 \Leftrightarrow t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-9)}}{\frac{1}{2}} = \frac{5 \pm \sqrt{34}}{0,5}$$

$$t_1 \approx 21,66 \text{ und } t_2 \approx -1,66$$

Da $t > 0$ sein soll, kommt nur $t = 21,66$ als Lösung in Betracht.

Nach ca. 21,66 Stunden bzw. nach ca. 1300 Minuten wird wieder eine Zuflussgeschwindigkeit von 180 m³/h erreicht.

- 2.3 Das Integral $\int_0^{20} v(t) dt$ gibt an, um wie viel m³ sich der Wasserbestand im Staubecken

sich in den ersten 20 Stunden geändert hat.

Da Fläche unterhalb der x-Achse größer ist als oberhalb der x-Achse, ist die abgeflossene Wassermenge größer als die zugeflossene Wassermenge.

Der Wert des Integrals ist daher negativ.

$$\text{Wassermenge zum Zeitpunkt } t = 0: 1000 + \left| \int_0^{20} v(t) dt \right|$$

Näherungsweise Berechnung von $\int_0^{20} v(t) dt$ durch „Kästchenzählen“:

Die Fläche oberhalb der x-Achse im Intervall $[0;6]$ ist ungefähr so groß wie die Fläche unterhalb der x-Achse im Intervall $[6;12]$, somit findet hier ein Ausgleich statt.

Im Intervall $[12;20]$ befinden sich ungefähr 4 Kästchen.
Jedes Kästchen entspricht einer Wassermenge von 400m^3 .

Somit gilt $\int_0^{20} v(t) dt \approx -4 \cdot 400 = -1600$

Das heißt, in den ersten 20 Stunden ist die Wassermenge um 1600m^3 gesunken.

Wassermenge zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt etwa $1000\text{ m}^3 + 1600\text{ m}^3 = 2600\text{ m}^3$.