

Hauptprüfung Abiturprüfung 2018

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2018

Anwendungsorientierte Analysis

- 4 Ein Wetterballon startet auf Meereshöhe und sendet mit ansteigender Höhe Daten des entsprechenden Luftdrucks. Bei seinem Flug wird der vom Ballon gemessene Luftdruck p in hPa (Hektopascal) in Abhängigkeit von der Höhe h (in km) näherungsweise durch die Funktion p mit $p(h) = 1013 \cdot e^{-0,126 \cdot h}$; $0 \leq h \leq 11$, modelliert.

- 4.1 Bestimmen Sie den Luftdruck auf Meereshöhe.

Ermitteln Sie die Höhe bei der ein Luftdruck von 787 hPa gemessen wird.

(3 Punkte)

- 4.2 Bestimmen Sie die prozentuale Abnahme des Luftdrucks, wenn die Höhe um einen Kilometer zunimmt.

(2 Punkte)

- 4.3 Berechnen Sie den mittleren Wert des Luftdrucks, dem der Ballon bei seinem Aufstieg von Meereshöhe bis auf 11 km Höhe ausgesetzt ist.

(3 Punkte)

- 4.4 Interpretieren Sie die folgende Näherungsformel im Sachzusammenhang:

$$p(h + 5,5) \approx \frac{p(h)}{2}; \quad 0 \leq h \leq 5,5$$

(2 Punkte)

Lösungen

- 4.1 *Bestimmen Sie den Luftdruck auf Meereshöhe.*

$$p(0) = 1013 \cdot e^{-0,126 \cdot 0} = 1013$$

Der Luftdruck aus Meereshöhe beträgt 1013 hPa.

Ermitteln Sie die Höhe bei der ein Luftdruck von 787 hPa gemessen wird.

$$1013 \cdot e^{-0,126h} = 787 \Rightarrow e^{-0,126h} \approx 0,7769 \Rightarrow h = \frac{\ln(0,7769)}{-0,126} \approx 2 \text{ km}$$

Die gesuchte Höhe beträgt etwa 2 km.

- 4.2 *Bestimmen Sie die prozentuale Abnahme des Luftdrucks, wenn die Höhe um einen Kilometer zunimmt.*

$$\text{Es gilt } p(1) = 1013 \cdot e^{-0,126 \cdot 1} = 1013 \cdot 0,882$$

Aus dem Faktor 0,882 ergibt sich eine prozentuale Abnahme von
 $1 - 0,882 = 0,118 = 11,8\%$.

Die prozentuale Abnahme des Luftdrucks pro Kilometer Höhenzunahme beträgt etwa 11,8%.

- 4.3 *Berechnen Sie den mittleren Wert des Luftdrucks, dem der Ballon bei seinem Aufstieg von Meereshöhe bis auf 11 km Höhe ausgesetzt ist.*

$$\begin{aligned} \frac{1}{11-0} \cdot \int_0^{11} 1013 \cdot e^{-0,126h} dh &= \frac{1}{11} \cdot \left[\frac{1013}{-0,126} \cdot e^{-0,126h} \right]_0^{11} = \frac{1}{11} \cdot \left[-8039,68e^{-0,126h} \right]_0^{11} \\ &= \frac{1}{11} \cdot (-8039,68 \cdot e^{-1,386} - (-8039,68)) = \frac{1}{11} \cdot 6029,17 \approx 548,1 \end{aligned}$$

Der mittlere Wert des Luftdrucks beträgt ca. 548 hPa.

- 4.4 *Interpretieren Sie die folgende Näherungsformel im Sachzusammenhang.*

$p(h+5,5)$: Der Term beschreibt den Luftdruck in der Höhe $h + 5,5$.

$\frac{p(h)}{2}$ ist der halbe Luftdruck gegenüber dem Luftdruck $p(h)$

**Unabhängig von der Höhe h auf der sich der Ballon befindet, gilt:
 Steigt der Ballon in seiner Höhe um 5,5 Kilometer an, so halbiert sich in etwa der Luftdruck.**