

Hauptprüfung Abiturprüfung 2017

Baden-Württemberg

Teil 3 (mit Hilfsmittel)

Stochastik

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Mai 2017

2 Stochastik

An einem Kiosk kann man Rubbellose kaufen. Ein Los besteht aus insgesamt 16 Feldern. Auf jedem Feld steht genau eine Zahl.

Auf acht Feldern steht die Zahl 0, auf vier Feldern die Zahl 1 und auf den restlichen vier Feldern die Zahl 5.

Die Zahlen sind zufällig auf die Felder verteilt.

Die Felder sind von einer undurchsichtigen Schicht überzogen, sodass die Zahlen erst durch Rubbeln der Felder sichtbar werden.

Rubbeln und gewinnen!			
€	€	€	€
€	0	€	€
€	€	€	€
€	€	5	€

Der Käufer eines Loses muss genau zwei Felder aufrubbeln (vgl. Abbildung).

Das Produkt der Zahlen, die hierbei sichtbar werden, ist der Betrag in Euro, die der Kioskbetreiber an den Losbesitzer auszahlen muss,

- 2.1 Eine Frau kauft ein Rubbellos und rubbelt genau zwei Felder frei. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Genau ein frei gerubbeltes Feld zeigt die Zahl 5.

B: Die Frau bekommt mindestens einen Euro ausgezahlt.

(3 Punkte)

- 2.2 Ein Mann kauft an fünf Tage in Folge jeweils ein Los. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der der Mann genau zweimal 25 Euro erhält.

(3 Punkte)

- 2.3 Der Kioskbetreiber kauft die Lose für 20 Cent je Stück ein und verkauft ein Los für 2,50 Euro. Bestimmen Sie die Höhe des Gewinns pro Los, den der Kioskbetreiber im Mittel erwarten kann.

(4 Punkte)

- 2.4 Ein Kioskbetreiber notiert immer am Ende des Tages die Anzahl der an diesem Tag verkauften Rubbellose. Ein Student, der als Aushilfe am Kiosk arbeitet, wertet diese Daten aus: Im Mittel werden 17 Lose pro Tag verkauft, wobei die Standardabweichung 4 beträgt.

Der Student macht folgende Annahmen:

(1) Die Anzahl n der Kunden, die den Kiosk aufsuchen, ist an jedem Tag gleich.

(2) Die Kunden kaufen unabhängig voneinander entweder genau ein oder aber kein Rubbellos.

Bestimmen Sie den Wert für n , den der Student unter der Annahme einer Binomialverteilung ermittelt.

Welche Information liefert die Sigma-Regel $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 68,3\%$ dem Studenten in diesem Sachzusammenhang?

(5 Punkte)

Lösungen

2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Genau ein frei gerubbeltes Feld zeigt die Zahl 5.

B: Die Frau bekommt mindestens einen Euro ausgezahlt.

Die Wahrscheinlichkeiten können mit einem Baumdiagramm ermittelt werden.

Die 16 Felder sind wie folgt beschriftet:

Zahl 0: 8 Felder

Zahl 1: 4 Felder

Zahl 5: 4 Felder

$$P(A) = P(\bar{5}\bar{5}) + P(\bar{5}5) = \frac{4}{16} \cdot \frac{12}{15} + \frac{12}{16} \cdot \frac{4}{15} = 0,4$$

$$P(B) = P(11) + P(15) + P(51) + P(55) = \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} + \frac{4}{16} \cdot \frac{4}{15} + \frac{4}{16} \cdot \frac{4}{15} + \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{7}{30}$$

2.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der der Mann genau zweimal 25 Euro erhält.

Ermittle zunächst die Wahrscheinlichkeit, mit der man 25 Euro erhält.
Führe dann eine binomialverteilte Zufallsvariable ein.

$$\text{Wahrscheinlichkeit, mit der man 25 Euro erhält: } P(55) = \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = 0,05$$

Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der Spiele, bei denen der Mann 25 Euro gewinnt.

X ist binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = 0,05$.

$$P(X = 2) \approx 0,0214 \quad (\text{WTR})$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 2%.

2.3 Bestimmen Sie die Höhe des Gewinns pro Los, den der Kioskbetreiber im Mittel erwarten kann.

Führe eine Zufallsvariable ein, die den Gewinn des Spielers bei einem Los beschreibt und berechne deren Erwartungswert.

Die Zufallsvariable Y beschreibe den Gewinn, den der Spieler bei einem Los erhält.

$$P(Y = 1) = P(11) = \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = 0,05$$

$$P(Y = 5) = P(15) + P(51) = \frac{4}{16} \cdot \frac{4}{15} + \frac{4}{16} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2}{15}$$

$$P(Y = 25) = P(55) = \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = 0,05$$

$$P(Y = 0) = 1 - 0,05 - \frac{2}{15} - 0,05 = \frac{23}{30}$$

$$E(Y) = 1 \cdot 0,05 + 5 \cdot \frac{2}{15} + 25 \cdot 0,05 + 0 \cdot \frac{23}{30} = \frac{59}{30} \text{ €}$$

Der Kioskbetreiber kann im Mittel einen Gewinn von $2,50\text{€} - 0,20\text{€} - \frac{59}{30}\text{€} \approx 0,33\text{€}$ erwarten.

- 2.4 *Bestimmen Sie den Wert für n , den der Student unter der Annahme einer Binomialverteilung ermittelt.*

Führe eine binomialverteilte Zufallsvariable mit unbekanntem n und p ein und berechne n und p aufgrund der Angaben des Erwartungswertes und der Standardabweichung.

Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der Kiosk-Kunden, die ein Los kaufen. X ist binomialverteilt mit den unbekannten Parametern n und p .

Es ist jedoch bekannt: $\mu = n \cdot p = 17$ (*)

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = 4 \quad (**)$$

Aus (*) folgt $n = \frac{17}{p}$

$$\text{Einsetzen in (**): } \sqrt{\frac{17}{p} \cdot p \cdot (1-p)} = 4 \Rightarrow \sqrt{17(1-p)} = 4 \Rightarrow 17(1-p) = 16$$

$$\Rightarrow 17 - 17p = 16 \Rightarrow p = \frac{1}{17}$$

$$n = \frac{17}{\cancel{1}/17} = 289$$

Der Kiosk wird täglich von 289 Kunden besucht.

Welche Information liefert die Sigma-Regel $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 68,3\%$ dem Studenten in diesem Sachzusammenhang?

Setze in die Sigmaregel die Werte für den Erwartungswert und die Standardabweichung ein.

Die Sigmaregel $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68,3\%$ ergibt mit $\mu = 17$ und $\sigma = 4$

$P(13 \leq X \leq 21) \approx 68,3\%$

Diese Wahrscheinlichkeit gibt an, dass die Wahrscheinlichkeit ca. 68,3% beträgt, dass an einem Tag zwischen 13 und 21 Kunden ein Los kaufen.