

Hauptprüfung Abiturprüfung 2017

Baden-Württemberg

Teil 2 (mit Hilfsmittel)

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

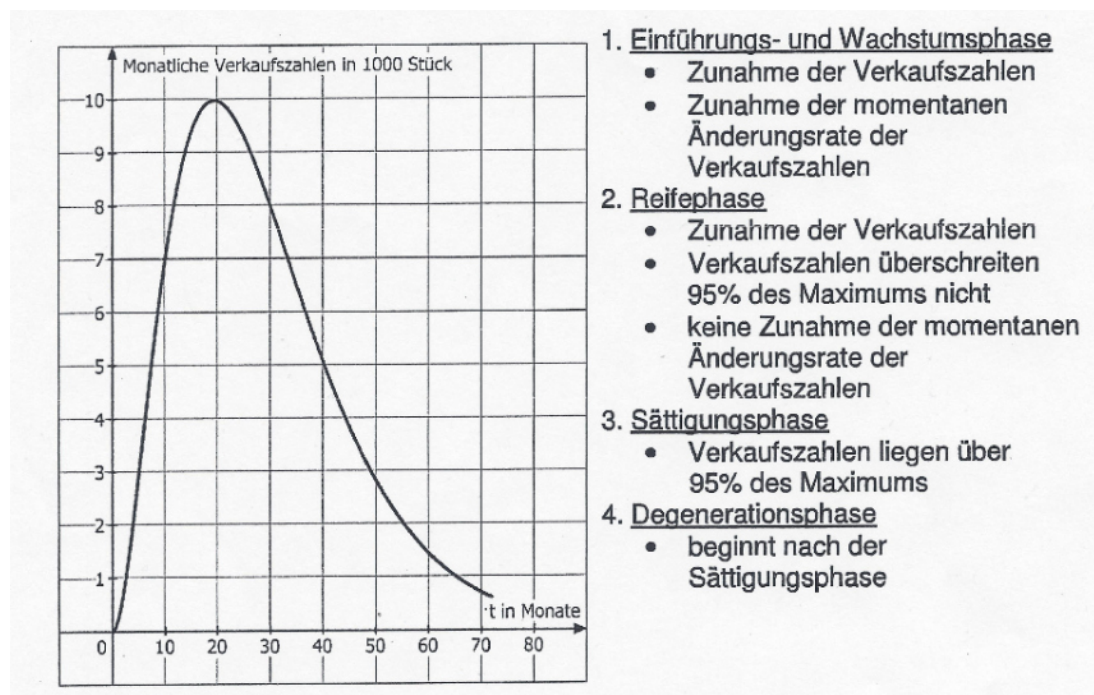
www.mathe-aufgaben.com

Mai 2017

3 Anwendungsorientierte Analysis

Die folgende Abbildung zeigt die Modellierung eines sogenannten Produktionslebenszyklus. Darin sind die monatlichen Verkaufszahlen V eines Produkts (z.B. PKW) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt die Einführung des Produkts auf dem Markt. Nach sechs Jahren wird das Produkt vom Markt genommen.

Der Produktlebenszyklus wird lückenlos in vier Phasen unterteilt:



Die Aufgaben 3.1 und 3.2 sollen näherungsweise mit Hilfe der Abbildung gelöst werden.

- 3.1 Geben Sie für jede der vier Phasen das entsprechende Zeitintervall an. (4 Punkte)
- 3.2 Ermitteln Sie die Anzahl der verkauften Produkte in den gesamten sechs Jahren. (2 Punkte)
- 3.3 Im Folgenden ist V die Funktion der monatlichen Verkaufszahlen in Abhängigkeit von der Zeit t . Formulieren Sie jeweils einen mathematischen Ansatz, um folgende Fragen mithilfe von V beantworten zu können:
- (1) In welchem Zeitraum liegen die monatlichen Verkaufszahlen über 3000 Stück und weisen keinen Rückgang auf?
 - (2) In welchen dreimonatigen Zeiträumen liegt die Gesamtverkaufszahl bei 40000?

(4 Punkte)

Lösungen

3.1 Geben Sie für jede der vier Phasen das entsprechende Zeitintervall an.

Phase 1: In welchem Bereich steigt die Kurve, bis zu welchem Punkt nimmt auch die Steigung zu?
Phase 2: In welchem Bereich nehmen die Verkaufszahlen weiter zu, nicht aber die Steigung?
Phase 3: Suche die t-Werte, zwischen denen die Verkaufszahlen über 95% des Maximums liegen.
Phase 4: Dies sind alle t-Werte bis $t = 72$.

Phase 1:

Liegt im Zeitintervall zwischen 0 und 6 Monaten

Begründung: Bei ca. $t = 6$ befindet sich der Wendepunkt des Schaubildes, bei dem die momentane Änderungsrate maximal ist.

Phase 2:

Liegt im Zeitintervall zwischen 6 Monaten und 15 Monaten

Begründung: Die momentane Änderungsrate (Tangentensteigung) nimmt in diesem Zeitintervall ab und nach ca. 15 Monaten beträgt die monatliche Verkaufszahl 9500 (und damit 95% der maximalen monatlichen Verkaufszahl von 10.000)

Phase 3:

Liegt im Zeitintervall zwischen 15 Monaten und 24 Monaten

Begründung: Nach 24 Monaten wird wieder die monatliche Verkaufszahl von 9500 erreicht.

Phase 4:

Liegt im Zeitintervall zwischen 24 Monaten und 72 Monaten (Ende des Zyklus)

Beachte: Alle Werte sind aus dem Schaubild abgelesen, also ungenau.

3.2 Ermitteln Sie die Anzahl der verkauften Produkte in den gesamten sechs Jahren.

Die Anzahl der verkauften Produkte in den sechs Jahren entspricht dem Flächeninhalt zwischen dem Schaubild und der t-Achse.

Durch Abzählen der Kästchen erhält man ca. 36 Kästchen.

Jedes Kästchen hat eine Fläche von $10 \text{ Monate} \cdot 1000 \frac{\text{Stück}}{\text{Monat}} = 10.000 \text{ Stück}$

Insgesamt wurden ca. $36 \cdot 10.000 = 360000$ Stück verkauft

- 3.3 *In welchem Zeitraum liegen die monatlichen Verkaufszahlen über 3000 Stück und weisen keinen Rückgang auf?*

Welche Eigenschaften müssen für $V(t)$ und $V'(t)$ gelten?

Kein Rückgang der Verkaufszahlen bedeutet, dass $V(t)$ streng monoton wachsend ist.

Bestimme t so, dass $V(t) > 3000$ (monatlichen Verkaufszahlen über 3000)

und $V'(t) > 0$ (kein Rückgang, das heißt $V(t)$ ist streng monoton wachsend)

In welchen dreimonatigen Zeiträumen liegt die Gesamtverkaufszahl bei 40000?

Verwende für die Bedingung ein Integral. Die Fläche zwischen $V(t)$ und der t -Achse stellt die Anzahl der verkauften Produkte dar.

Bestimme u so, dass $\int_u^{u+3} V(t) dt = 40000$ gilt.