

Hauptprüfung Abiturprüfung 2017

Baden-Württemberg

Teil 2 (mit Hilfsmittel)

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Mai 2017

2 Anwendungsorientierte Analysis

- 2 Im Verlauf von etwa 30 Tagen ändert der Mond beständig sein Erscheinungsbild (siehe Abbildung).



Der beleuchtete Anteil der erdzugewandten Seite des Mondes wird modellhaft durch die Funktion A mit

$$A(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{15} \cdot t\right); 0 \leq t \leq 30,$$

beschrieben. Dabei steht t für die Tage seit Beobachtungsbeginn, beispielsweise ist $t = 1$ das Ende des ersten Tages.

Bei Vollmond hat der beleuchtete Anteil den Wert 1.

- 2.1 Skizzieren Sie das Schaubild von A.

Formulieren Sie im Sachzusammenhang eine Frage, die durch Lösen der Gleichung $A(t) = 0,95$ beantwortet werden kann.

(4 Punkte)

- 2.2 Ermitteln Sie den durchschnittlichen Anteil, der von Beobachtungsbeginn bis zum Ende des fünfzehnten Tages beleuchtet wird.

(4 Punkte)

- 2.3 Das Modell A soll nun zu einem Modell B abgeändert werden, sodass der Zeitpunkt $t = 0$ der Beleuchtung bei Vollmond entspricht.

Bestimmen Sie hierzu einen Wert für c, sodass die Funktion B mit

$$B(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{15} \cdot t + c\right); 0 \leq t \leq 30,$$

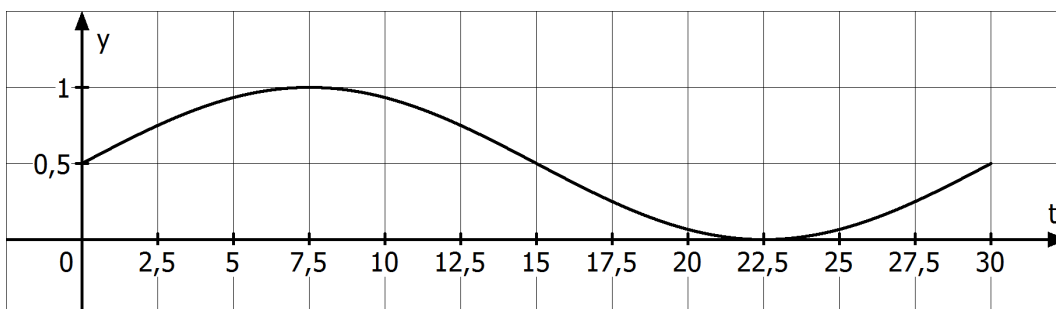
diesen Sachverhalt modelliert.

(2 Punkte)

Lösungen

2.1 *Skizzieren Sie das Schaubild von A.*

Überlege zuerst, welche Rolle die Zahlen in der Funktion besitzen.



Formulieren Sie im Sachzusammenhang eine Frage, die durch Lösen der Gleichung $A(t) = 0,95$ beantwortet werden kann.

Hier ist die Zeit t gesucht. Überlege zunächst, was $A(t) = 1$ bedeuten würde.

Mögliche Frage für die Gleichung $A(t) = 0,95$:

Zu welchen Zeitpunkten beträgt der beleuchtete Anteil der erdzugewandten Seite des Mondes 95% ?

2.2 *Ermitteln Sie den durchschnittlichen Anteil, der von Beobachtungsbeginn bis zum Ende des fünfzehnten Tages beleuchtet wird.*

Verwende die Integralformel, mit der man Mittelwerte berechnen kann.

Durchschnittlicher Anteil in den ersten fünfzehn Tagen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{15-0} \cdot \int_0^{15} A(t) dt &= \frac{1}{15} \cdot \left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right) \cdot \frac{15}{\pi} \right]_0^{15} \\ &= \frac{1}{15} \cdot \left(7,5 - \frac{1}{2} \cos(\pi) \cdot \frac{15}{\pi} - \left(0 - \frac{1}{2} \cos(0) \cdot \frac{15}{\pi} \right) \right) \approx 0,818 = 81,8\% \end{aligned}$$

Der durchschnittliche Anteil beträgt ca. 81,8%.

2.3 *Bestimmen Sie hierzu einen Wert für c.*

Es soll $B(0) = 1$ gelten. Setze diese Bedingung in den Funktionsansatz ein und berechne damit c.

Einsetzen von $B(0) = 1$

$$B(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin(c) = 1 \Rightarrow \sin(c) = 1 \Rightarrow c = \frac{\pi}{2} \quad (\text{oder auch } c = \frac{5}{2}\pi)$$