

Hauptprüfung 2011 Aufgabe 7

7.1

Der Schuhhersteller Treter legt für seine Kostenfunktion eine ganzrationale Funktion 3. Grades zu Grunde, die Erlösfunktion ist linear. Die Fixkosten betragen 34 Geldeinheiten (GE). In der folgenden Tabelle sind die bekannten Werte festgehalten:

Produktionsmenge in Mengeneinheiten (ME)	3	5	7
Erlös in GE		175	
Kosten in GE		124	186
Gewinn in GE	5		
Variable Stückkosten in GE			22

Ergänzen Sie die fehlenden Werte.

(7 Punkte)

7.2

Die Gesamtkostenfunktion K und die Erlösfunktion E (jeweils in GE) des Schuhfabrikanten Gecko sind für die Produktionsmenge x (in ME) gegeben durch

$$K(x) = 0,2x^3 - 8x^2 + 120x + 20 \quad \text{und}$$

$$E(x) = 50x \quad \text{mit } x \leq 30.$$

7.2.1

Zeichnen Sie die Schaubilder der Kosten- und Erlösfunktion in ein geeignetes Koordinatensystem.

(4 Punkte)

7.2.2

Welcher Mindestpreis muss gefordert werden, damit der Betrieb seine variablen Kosten für wenigstens eine Produktionsmenge decken kann ?

(3 Punkte)

7.2.3

Aktuell werden 20 ME produziert und verkauft.

Überprüfen Sie, ob durch Änderung der Produktionsmenge der Gewinn des Unternehmens gesteigert werden kann.

(4 Punkte)

7.2.4

Eine Werbekampagne, die die Verkaufszahlen voraussichtlich um 2 ME von 20 ME auf 22 ME erhöhen würde, kostet ca. 5 GE.

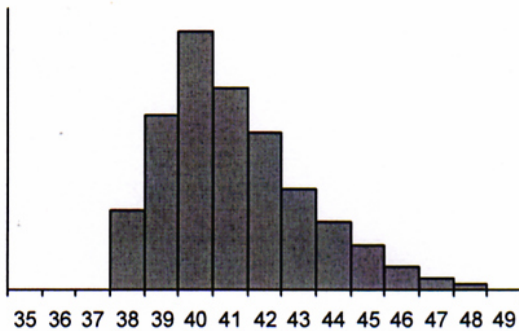
Untersuchen Sie, ob sich diese Maßnahme für den Betrieb lohnen würde.

(4 Punkte)

7.3

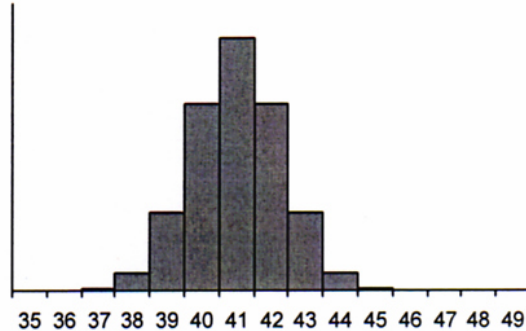
Die Befragung von Personen in einer Fußgängerzone nach ihrer Schuhgröße ergab an zwei verschiedenen Tagen Häufigkeiten, die jeweils in einem Diagramm wiedergegeben wurden. Dabei ist μ das arithmetische Mittel, σ die Standardabweichung und M der Median.

Tag 1:



$$\mu_1 = 41$$

Tag 2:



$$\mu_2 = 41, \quad \sigma_2 = 1,3$$

7.3.1

Erläutern Sie, weshalb gilt:

- $\sigma_2 < \sigma_1$
- $M_2 = \mu_2$

(4 Punkte)

7.3.2

Für eine der beiden Verteilungen lässt sich mit Hilfe der gaußschen Normalverteilung näherungsweise bestimmen, wie viel Prozent der Befragten eine Schuhgröße zwischen 39 und 43 hatten. Berechnen Sie diesen Prozentsatz.

(4 Punkte)

30 Punkte

Lösung Hauptprüfung 2011 Aufgabe 7

7.1

Für die Erlösfunktion gilt: $E(x) = m \cdot x$

Anhand der Tabelle ergibt sich: $E(5) = 175 \Rightarrow 175 = m \cdot 5 \Rightarrow m = 35$

Die Erlösfunktion lautet $E(x) = 35 \cdot x$

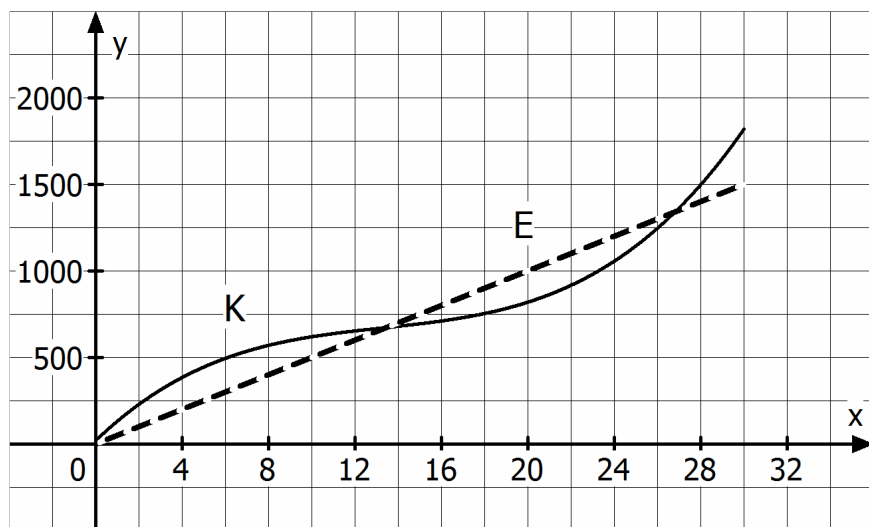
Mit der Erlösfunktion kann die zweite Zeile der Tabelle befüllt werden.

Mit der Formel Gewinn = Erlös – Kosten kann die dritte und vierte Zeile befüllt werden.

Mit der Formel variable Stückkosten = $\frac{\text{Gesamtkosten} - 34}{\text{Produktionseinheiten}}$ kann die 5. Zeile befüllt werden.

Produktionsmenge in Mengeneinheiten (ME)	3	5	7
Erlös in GE	105	175	245
Kosten in GE	100	124	186
Gewinn in GE	5	51	59
Variable Stückkosten in GE	22	18	22

7.2.1



7.2.2

Gesucht ist das Minimum der variablen Stückkostenfunktion.

$$\text{Es gilt: } k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} = \frac{0,2x^3 - 8x^2 + 120x}{x} = 0,2x^2 - 8x + 120$$

Mit Hilfe des GTR ergibt sich, dass die Funktion (eine nach oben geöffnete Parabel) ihr Minimum bei $x = 20$ annimmt mit $k_v(20) = 40$ Geldeinheiten/Stück.

Der Mindestpreis liegt somit bei 40 Geldeinheiten.

7.2.3

Die Gewinnfunktion lautet $G(x) = E(x) - K(x) = 50x - (0,2x^3 - 8x^2 + 120x + 20)$

Mit Hilfe des GTR ergibt sich, dass die Gewinnfunktion bei einer Produktionsmenge von $x = 21,15$ ein Maximum besitzt mit $G(21,15) = 185,9$ Geldeinheiten.

Somit kann durch eine Änderung der Produktionsmenge von derzeit 20 ME der Gewinn noch gesteigert werden.

7.2.4

Der momentane Gewinn bei $x = 20$ ME beträgt $G(20) = 180$ GE.

Mit Werbung könnten $x = 22$ ME produziert und verkauft werden.

Der Erlös beträgt dann $E(22) = 1100$ Geldeinheiten.

Die Kosten betragen dann $K(22) + 5 = 922,6$ Geldeinheiten.

Als Gewinn ergäbe sich $1100 - 922,6 = 177,4$ Geldeinheiten und dies wäre weniger als der aktuelle Gewinn in Höhe von 180 GE.

Daher lohnt sich dieses Vorhaben nicht.

7.3.1

Es gilt $\sigma_2 < \sigma_1$, da die Werte am 2.Tag geringer um den Mittelwert gestreut sind als am 1.Tag.

Es gilt $M_2 = \mu_2$ (das heißt Übereinstimmung des Medians mit dem Mittelwert), da die Werte am 2.Tag um den Mittelwert von 41 symmetrisch verteilt sind.

7.3.2

Als Gaußsche Normalverteilung kommt aufgrund der Symmetrie nur die Verteilung des 2.Tages in Frage.

Mit Hilfe des GTR wird die Wahrscheinlichkeit $P(39 \leq X \leq 43)$ berechnet:

<pre>normalcdf lower:39 upper:43 μ:41 σ:1.3 Paste</pre>	<pre>normalcdf(39,43) .8760641618</pre>
---	---

Somit haben 87,6% aller Befragten die benannte Schuhgröße.