

Hauptprüfung 2010 Aufgabe 6

Ein Fußballverein bietet den Besuchern beim Sommerfest zur Unterhaltung Spiele an.

Die E-Jugend hat sich dieses Spiel ausgedacht:

Die Jugendlichen legen für jeden der Besucher, der mitspielen will drei weiße und sieben rote Fußbälle in eine Kiste. Die Fußbälle haben alle die gleiche äußere Form. Jeder Besucher darf blind nacheinander drei Bälle ohne Zurücklegen aus der Kiste mit den zehn Bällen ziehen.

6.1

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse mit Hilfe eines geeigneten Baumdiagramms:

A: Der zweite Fußball ist weiß.

B: Mindestens ein Fußball ist weiß.

C: Genau zwei Fußbälle haben die gleiche Farbe

Beschreiben Sie in Worten das Ereignis zu der folgenden Wahrscheinlichkeit in eigenen Worten:

$$P(D) = 3 \cdot \left(\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \right)$$

(12 Punkte)

6.2

Die Jugendlichen möchten mit dem oben beschriebenen Spiel Geld einnehmen.

Sie vereinbaren, dass jeder Besucher für einen weißen Fußball 2€ erhält und für einen roten Fußball 1 € bezahlt.

Berechnen Sie den Gewinn pro Spiel, den die Jugendlichen erwarten dürfen.

Die Jugendlichen wollen von dem Gewinn einen neuen Fußball kaufen, der 34,80 € kostet.

Wie oft müsste das Spiel gespielt werden, damit die Jugendlichen diesen Betrag als Gewinn erwarten dürfen ?

(10 Punkte)

Die D-Jugend bietet ein Torwandschießen an.

Ein Spiel besteht aus 5 Schüssen. Die Jugendlichen notieren die Anzahl der Tore pro Spiel:

Anzahl der Tore pro Spiel	0	1	2	3	4	5
Anzahl der Spiele	7	10	5	3	2	3

6.3

Wie viel Prozent der Schüsse gingen nicht ins Tor ?

(5 Punkte)

6.4

Berechnen Sie den Mittelwert der Anzahl der Tore pro Spiel.

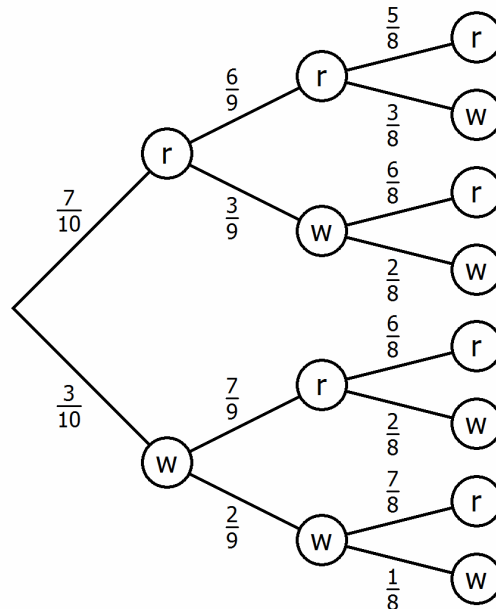
(3 Punkte)

30 Punkte

Lösung Hauptprüfung 2010 Aufgabe 6

6.1

Baumdiagramm:



Da beim Ereignis A nur über den zweiten Ball eine Wahrscheinlichkeit ermittelt werden soll, genügt, nur die ersten beiden Ziehungen bei der Berechnung zu betrachten:

$$P(A) = P(ww) + P(rw) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$

Das Gegenereignis von B lautet: $\bar{B}$: "Kein Fußball ist weiß"

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(rrr) = 1 - \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

Das Gegenereignis von C lautet: $\bar{C}$: "Alle 3 Fußbälle haben die gleiche Farbe"

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - (P(rrr) + P(www)) = 1 - \left(\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \right) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

Die Wahrscheinlichkeitsberechnung von D in der Klammer entspricht dem Pfad "rww" im Baumdiagramm.

Aufgrund des Faktors 3 bleibt die Reihenfolge für das Ereignis D unberücksichtigt, das heißt D: "Es werden genau zwei weiße und ein roter Fußball gezogen" (egal in welcher Reihenfolge)

6.2

Es können folgende Gewinne von den Jugendlichen erreicht werden:

$$- 6 \text{ € bei Ziehung "www" mit } P(\text{www}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$$

$$- 3 \text{ € bei Ziehung "wwr", "wrw", "rww" mit } P(\text{wwr}) + P(\text{wrw}) + P(\text{rww}) = 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{40}$$

$$0 \text{ € bei Ziehung "rrw", "rwr", "wrr" mit } P(\text{rrw}) + P(\text{rwr}) + P(\text{wrr}) = 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{21}{40}$$

$$+ 3 \text{ € bei Ziehung "rrr" mit } P(\text{rrr}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{7}{24}$$

$$\text{Der erwartete Gewinn pro Spiel beträgt } -6 \cdot \frac{1}{120} - 3 \cdot \frac{7}{40} + 0 \cdot \frac{21}{40} + 3 \cdot \frac{7}{24} = 0,30 \text{ Euro.}$$

Damit die Jugendlichen den neuen Fussball kaufen können, müssen sie $34,80 : 0,3 = 116$ mal das Spiel spielen.

6.3

Es wurden insgesamt 30 Spiele durchgeführt, das heißt es wurde $30 \cdot 5 = 150$ mal auf die Torwand geschossen.

Dabei wurden $1 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 52$ Tore erzielt.
Das heißt es wurde $150 - 52 = 98$ mal daneben geschossen.

Somit wurde bei $\frac{98}{150} = 65,3\%$ aller Torschüsse daneben gezielt.

6.4

Bei 30 Spielen wurde insgesamt 52 mal getroffen.

Somit wurden durchschnittlich $\frac{52}{30} = 1,73$ Tore pro Spiel erzielt.