

Hauptprüfung 2009 Aufgabe 6

Ein Handyhersteller will ein neues Modell auf den Markt bringen. Das neue Handy besteht aus 3 voneinander unabhängigen Bauteilen: der Mechanik, der Elektronik und dem Akku. Das Handy funktioniert fehlerfrei, wenn alle 3 Bauteile in Ordnung sind. In einer zweijährigen Probephase wurde ermittelt, dass bei 5% der eingebauten mechanischen Bauteile, bei 0,5% der elektronischen Bauteile und bei 1% der Akkus ein Defekt auftritt. Es wird davon ausgegangen, dass jedes Bauteil innerhalb von zwei Jahren nur einmal defekt sein kann.

6.1

Zeichnen Sie ein geeignetes Baumdiagramm mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.
(6 Punkte)

6.2

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse innerhalb von zwei Jahren:

A: Alle drei Bauteile (Mechanik, Elektronik und Akku) des Handys haben einen Defekt.

B: Sowohl die Elektronik als auch der Akku des Handys funktionieren nicht.

C: Nur beim Akku des Handys tritt ein Fehler auf.

D: Das Handy funktioniert fehlerfrei.

E: Das Handy ist defekt.

F: Die Elektronik des Handys funktioniert nicht.
(12 Punkte)

6.3

Der Handyhersteller plant für die ersten zwei Jahre einen kostenlosen Reparaturservice anzubieten. Die Reparaturkosten für die Mechanik betragen 19€, die Reparatur der Elektronik kostet 34€ und der Austausch des Akkus kostet 25€. Mit welchen Reparaturkosten ist durchschnittlich zu rechnen, wenn 450 der neuen Handys verkauft wurden ?

(7 Punkte)

6.4

Der Mobilfunkhersteller plant die Qualität seiner Handys zu verbessern. Es sollen 98% aller Handys in den 2 Jahren einwandfrei funktionieren. Begründen Sie rechnerisch, dass durch alleinige Verbesserung der Akkus die gewünschte Qualität nicht erreicht werden kann.

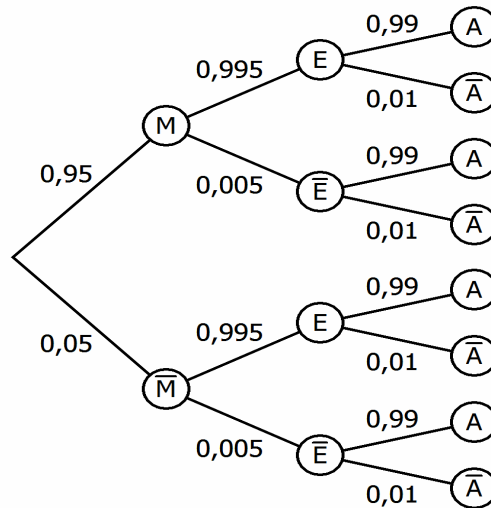
(5 Punkte)

30 Punkte

Lösung Hauptprüfung 2009 Aufgabe 6

6.1

Baumdiagramm:



6.2

$$P(A) = 0,05 \cdot 0,005 \cdot 0,01 = 0,0000025 = 2,5 \cdot 10^{-6}$$

Beim Ereignis B wird über die Mechanik nichts ausgesagt, das heißt es spielt keine Rolle, ob sie funktioniert oder nicht. Bei der Wahrscheinlichkeitsberechnung kann sie daher außen vor bleiben.

$$P(B) = 0,005 \cdot 0,01 = 0,00005 = 5 \cdot 10^{-5}$$

$$P(C) = 0,95 \cdot 0,995 \cdot 0,01 = 0,0094525$$

$$P(D) = 0,95 \cdot 0,995 \cdot 0,99 = 0,9358$$

Das Ereignis E ist das Gegenereignis von D.

$$P(E) = P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,9358 = 0,0642$$

Beim Ereignis F wird sowohl über die Mechanik als auch über den Akku nichts ausgesagt, das heißt es spielt keine Rolle, ob diese funktionieren oder nicht. Bei der Wahrscheinlichkeitsberechnung können sie daher außen vor bleiben.

$$P(F) = 0,005$$

6.3

Berechnung des Erwartungswertes der Reparaturkosten für 1 Handy:

Mechanik: 19 € mit Wahrscheinlichkeit 0,05

Elektronik: 34 € mit Wahrscheinlichkeit 0,005

Akku: 25 € mit Wahrscheinlichkeit 0,01

$$\text{Erwartete Reparaturkosten} = 19 \cdot 0,05 + 34 \cdot 0,005 + 25 \cdot 0,01 = 1,37 \text{ €}.$$

Im Durchschnitt muss pro Handy mit Reparaturkosten in Höhe von 1,37 € gerechnet werden.

Erwartete Reparaturkosten für 450 Handys:

Für 450 Handys betragen die erwarteten Reparaturkosten $1,37 \cdot 450 = 616,50 \text{ €}$

6.4

Gefordert wird: $P(\text{Handy funktioniert fehlerfrei}) = 0,98$.

Aus Teilaufgabe 6.2 ergab sich für die bisherigen Handys:

$$P(D) = P(\text{Handy funktioniert fehlerfrei}) = 0,9358 = 93,58\%$$

Unter der optimalen Annahme, dass die Verbesserung des Akkus dazu führt, dass dort keine Fehler mehr auftreten (das heißt Akku ok mit Wahrscheinlichkeit 1 und Akku defekt mit Wahrscheinlichkeit 0) ergibt sich:

$$P(\text{Handy funktioniert fehlerfrei}) = 0,95 \cdot 0,995 \cdot 1 = 0,94525 = 94,525\%$$

Die gewünschte Quote von 98% kann durch alleinige Verbesserung der Akkus damit nicht erreicht werden.