

Hauptprüfung 2002 Aufgabe 6

Ein Verlag untersucht vier verschiedene Buchtitel seines Sortiments auf fehlerhafte Seiten und hält das Ergebnis in einer Tabelle fest:

Buchtitel	A	B	C	D
Seiten insgesamt	180	250	50	480
Seiten fehlerhaft	3	5	2	8

6.1

Berechnen Sie für jeden Buchtitel die relative Häufigkeit dafür, dass eine zufällig aufgeschlagene Seite fehlerfrei ist.

(2 Punkte)

6.2

Der Verlag behauptet, dass statistisch im Durchschnitt weniger als 1 von 50 Buchseiten fehlerhaft sei. Untersuchen Sie, ob diese Aussage zutrifft

- auf jeden einzelnen Buchtitel
- auf die vier Buchtitel insgesamt.

(4 Punkte)

6.3

Bei einem Exemplar des Buchtitels C werden nacheinander zufällig drei verschiedene Seiten aufgeschlagen und auf Fehlerhaftigkeit untersucht. Erstellen Sie ein geeignetes Baumdiagramm und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

E_1 : Alle drei Seiten sind einwandfrei.

E_2 : Genau eine Seite enthält Fehler.

E_3 : Mindestens eine Seite enthält Fehler.

E_4 : Höchstens eine Seite enthält Fehler.

(11 Punkte)

6.4

Ein Buchhändler erhält eine Lieferung des Verlags über 10 Exemplare Titel A, 5 Exemplare Titel B, 15 Exemplare Titel C und 20 Exemplare Titel D. Er greift aus der Sendung willkürlich 1 Buch heraus und schlägt zufällig eine Seite auf. Erstellen Sie ein geeignetes Baumdiagramm und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

E_5 : Das herausgegriffene Buch hat den Titel A.

E_6 : Das gegriffene Buch hat den Titel A und die Seite ist fehlerhaft.

E_7 : Das gegriffene Buch hat über 200 Seiten und die Seite ist fehlerfrei.

E_8 : Die aufgeschlagene Seite ist fehlerhaft.

(13 Punkte)

30 Punkte

Lösung Hauptprüfung 2002 Aufgabe 6**6.1**

Relative Häufigkeit für Titel A:

Es sind 177 Seiten von 180 Seiten fehlerfrei, also $h(A) = \frac{177}{180} = 0,9833 = 98,33\%$

Relative Häufigkeit für Titel B:

Es sind 245 Seiten von 250 Seiten fehlerfrei, also $h(B) = \frac{245}{250} = 0,98 = 98\%$

Relative Häufigkeit für Titel C:

Es sind 48 Seiten von 50 Seiten fehlerfrei, also $h(C) = \frac{48}{50} = 0,96 = 96\%$

Relative Häufigkeit für Titel D:

Es sind 472 Seiten von 480 Seiten fehlerfrei, also $h(D) = \frac{472}{480} = 0,9833 = 98,33\%$

6.2

Wenn 1 von 50 Seiten fehlerhaft ist, entspricht dies einer relativen Häufigkeit von

$$h = \frac{1}{50} = 0,02 = 2\%.$$

Gemäß der Behauptung beträgt die relative Häufigkeit für eine fehlerhafte Seite $h(\text{Fehler}) < 2\%$.

Im Umkehrschluss bedeutet die Behauptung, dass die relative Häufigkeit für eine korrekte Seite $h(\text{korrekt}) > 98\%$ beträgt.

Diese relative Häufigkeit trifft gemäß Aufgabe 6.1 nur auf Titel A und D zu.

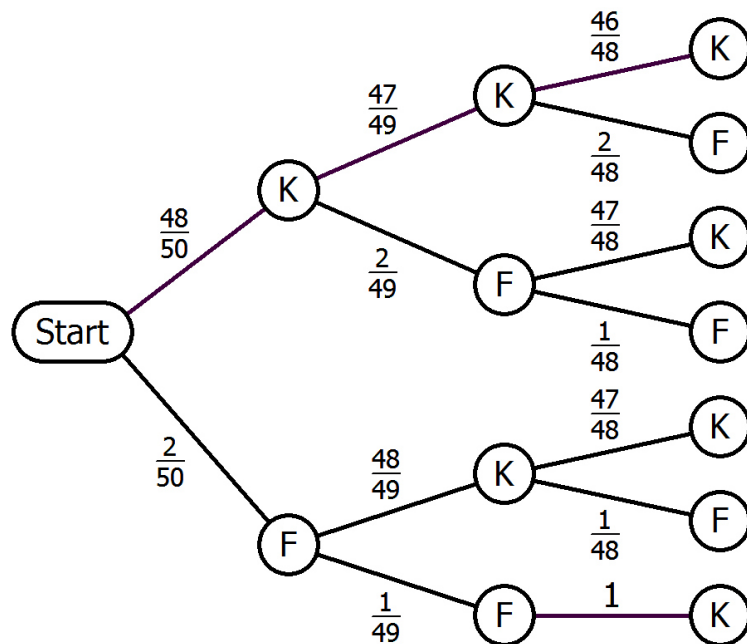
Bei Titel C sind es zwar genau 98%, aber laut Behauptung soll die Häufigkeit größer als 98% sein !

Auf alle vier Buchtitel bezogen beträgt die relative Häufigkeit für eine fehlerhafte Seite

$$h(\text{Fehler}) = \frac{3 + 5 + 2 + 8}{180 + 250 + 50 + 480} = \frac{18}{960} = 0,01875 = 1,875\% < 2\%$$

Auf alle vier Buchtitel bezogen ist die Behauptung des Verlags richtig.

6.3



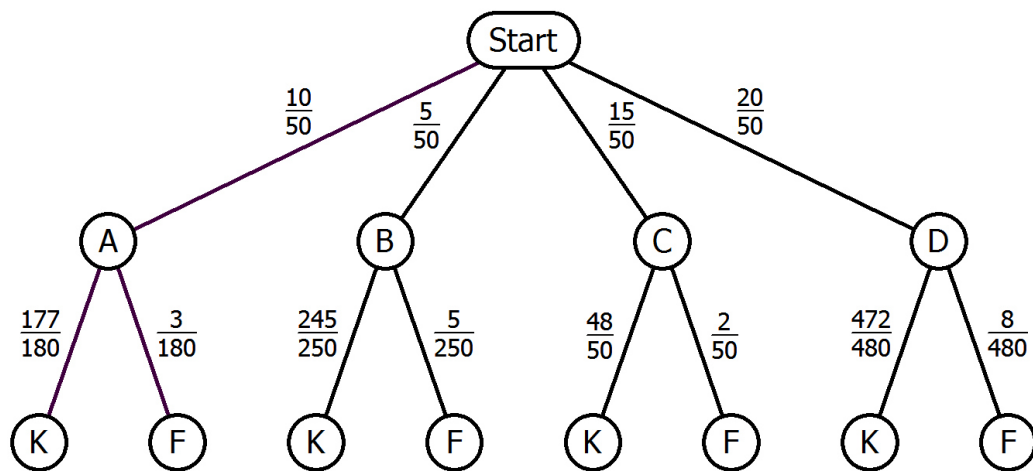
$$P(E_1) = P(KKK) = \frac{48}{50} \cdot \frac{47}{49} \cdot \frac{46}{48} = \frac{1081}{1225} = 0,882$$

$$P(E_2) = P(KKF, KFK, FKK) = \frac{48}{50} \cdot \frac{47}{49} \cdot \frac{2}{48} + \frac{48}{50} \cdot \frac{2}{49} \cdot \frac{47}{48} + \frac{2}{50} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{47}{48} = \frac{141}{1225} = 0,115$$

$$P(E_3) = P(\bar{E}_1) = 1 - P(E_1) = \frac{144}{1225} = 0,118$$

$$P(E_4) = P(E_1) + P(E_2) = \frac{1222}{1225} = 0,9976$$

6.4



$$P(E_5) = P(A) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$P(E_6) = P(AF) = \frac{10}{50} \cdot \frac{3}{180} = \frac{1}{300} = 0,0033$$

$$P(E_7) = P(BK, DK) = \frac{5}{50} \cdot \frac{245}{250} + \frac{20}{50} \cdot \frac{472}{480} = \frac{737}{1500} = 0,4913$$

$$P(E_8) = P(AF, BF, CF, DF) = \frac{10}{50} \cdot \frac{3}{180} + \frac{5}{50} \cdot \frac{5}{250} + \frac{15}{50} \cdot \frac{2}{50} + \frac{20}{50} \cdot \frac{8}{480} = \frac{3}{125} = 0,024$$