

# **Hauptprüfung Abiturprüfung 2019**

## **Baden-Württemberg**

### **Stochastik C1**

**Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe**

**allgemeinbildende Gymnasien**

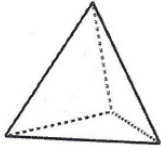
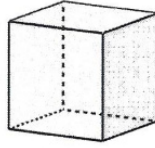
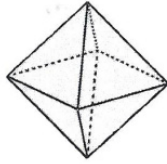
Alexander Schwarz

[www.mathe-aufgaben.com](http://www.mathe-aufgaben.com)

Juni 2019

**Aufgabe C 1**

Betrachtet werden Körper, die auf jeder Seitenfläche mit einer Zahl beschriftet sind.

| Körper                   | Tetraeder   | Würfel   | Oktaeder  |
|--------------------------|---|--|---|
|                          |  |  |  |
| Anzahl der Seitenflächen | vier  | sechs  | acht  |
| beschriftet mit          | 1, 2, 3, 4  | 1, 2, 3, 4, 5, 6   | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8  |

Beim Werfen eines Körpers gilt die Zahl als geworfen, auf der der Körper zum Liegen kommt. Dabei werden bei jedem Körper die möglichen Zahlen jeweils mit derselben Wahrscheinlichkeit geworfen.

- a) Ein Tetraeder wird 100-mal geworfen.  
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.  
A: „Die Zahl 1 wird genau 30-mal geworfen.“  
B: „Die Zahl 1 wird mindestens 20-mal geworfen.“  
(1,5 VP)
- b) Ermitteln Sie, wie oft man ein Tetraeder mindestens werfen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% mindestens einmal die Zahl 1 zu werfen.  
(2 VP)
- c) Ein Tetraeder, ein Würfel und ein Oktaeder werden gleichzeitig geworfen.  
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse.  
C: „Bei allen drei Körpern wird dieselbe Zahl geworfen.“  
D: „Die Summe der geworfenen Zahlen beträgt 17.“  
(2,5 VP)
- d) Für einen Einsatz von 50 Cent darf ein Spieler ein Tetraeder und einen Würfel einmal werfen. Anschließend erhält er die Anzahl der geworfenen Einsen in Euro ausbezahlt.  
Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn des Spielers.  
(2 VP)
- e) In einem Sack befinden sich 20 Körper. Es handelt sich dabei um Tetraeder und Oktaeder, wie sie oben beschrieben sind. Einer dieser Körper wird zufällig gezogen und anschließend geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dabei die Zahl 2 zu werfen, beträgt 15%.  
Berechnen Sie die Anzahl der Tetraeder im Sack.  
(2 VP)

**Lösungen**
**Aufgabe C 1:**

a) Die Zufallsvariable  $X$  sei die Anzahl der geworfenen Einsen.

$X$  ist binomialverteilt mit  $n = 100$  und  $p = 0,25$ .

$$P(A) = P(X = 30) \approx 0,046$$

$$P(B) = P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) \approx 0,900$$

b) Die Zufallsvariable  $Y$  sei die Anzahl der geworfenen Einsen.

$Y$  ist binomialverteilt mit unbekanntem Parameter  $n$  und  $p = 0,25$ .

Gesucht ist die kleinste Zahl  $n$  mit  $P(Y \geq 1) \geq 0,95$ .

$$1 - P(Y = 0) \geq 0,95$$

$$\Rightarrow P(Y = 0) \leq 0,05$$

Für  $n = 10$  ist  $P(Y = 0) \approx 0,056 > 0,05$ .

Für  $n = 11$  ist  $P(Y = 0) \approx 0,042 < 0,05$ .

Man muss das Tetraeder mindestens 11-mal werfen.

c)  $P(C) = P(\text{es wird bei allen Körpern dieselbe Zahlen geworfen})$

$$= P(111, 222, 333, 444) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} \cdot 4 = \frac{1}{48}$$

Für die Wahrscheinlichkeitsberechnung des Ereignisses  $D$  muss man alle Möglichkeiten betrachten, bei denen die Summe 17 entsteht:

Oktaeder 8, Würfel 6, Tetraeder 3

Oktaeder 8, Würfel 5, Tetraeder 4

Oktaeder 7, Würfel 6, Tetraeder 4

$$P(D) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{1}{64}$$

d) Die Zufallsvariable  $X$  sei die Auszahlung in Euro an den Spieler.

$$\text{Es gilt: } P(X = 2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24} \quad P(X = 1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \quad P(X = 0) = 1 - \frac{1}{24} - \frac{1}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\text{Erwartete Auszahlung an den Spieler: } E(X) = 2 \cdot \frac{1}{24} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 0 = \frac{5}{12} \text{ €}$$

$$\text{Der erwartete Gewinn für den Spieler ist } \frac{5}{12} \text{ €} - 50 \text{ Cent} = -\frac{1}{12} \text{ €}$$

e) Es sei  $x$  die unbekannte Anzahl der Tetraeder im Sack.

Die Wahrscheinlichkeit, ein Tetraeder zu ziehen ist  $\frac{x}{20}$ .

Die Wahrscheinlichkeit, ein Oktaeder zu ziehen ist  $\frac{20-x}{20}$ .

$$P(\text{es wird eine 2 geworfen}) = \frac{x}{20} \cdot \frac{1}{4} + \frac{20-x}{20} \cdot \frac{1}{8} = 0,15$$

$$\Rightarrow \frac{1}{80}x + \frac{20-x}{160} = 0,15 \quad | \cdot 160$$

$$\Rightarrow 2x + 20 - x = 24 \Rightarrow x = 4$$

Es befinden sich 4 Tetraeder im Sack.