

# **Hauptprüfung Abiturprüfung 2019**

## **Baden-Württemberg**

### **Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe**

#### **Anwendungsorientierte Analysis**

**berufliche Gymnasien  
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

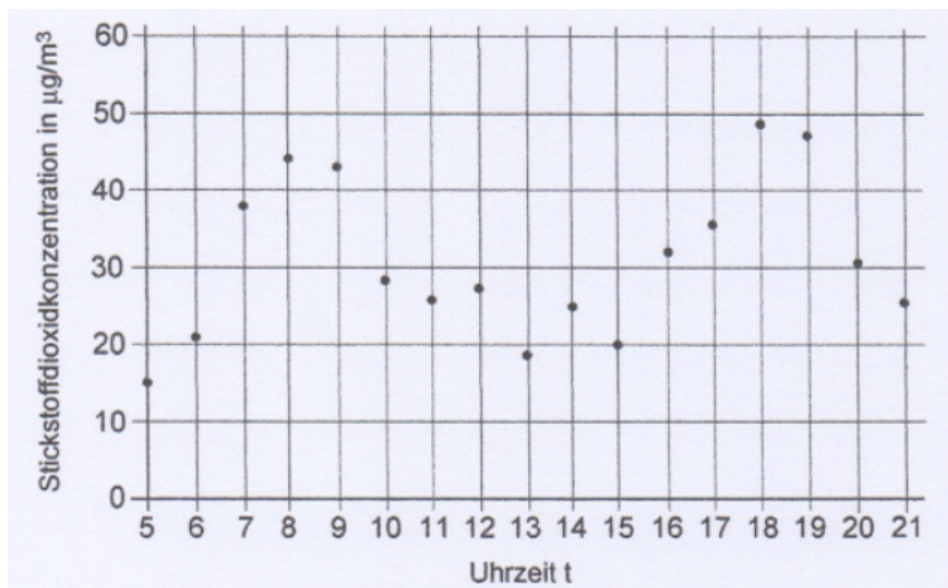
Alexander Schwarz

[www.mathe-aufgaben.com](http://www.mathe-aufgaben.com)

Juni 2019

## Anwendungsorientierte Analysis

- 2 Ein großer Anteil des Stickstoffoxids ( $\text{NO}_2$ ) in der Luft wird durch Verbrennungsmotoren im Straßenverkehr erzeugt. An einer Messstation in einer süddeutschen Stadt wird die  $\text{NO}_2$ -Konzentration in der Luft täglich aufgezeichnet. Die Abbildung zeigt die, an einem Werktag im Herbst zwischen 5 Uhr morgens und 21 Uhr abends gemessenen,  $\text{NO}_2$ -Datenwerte in Mikrogramm pro Kubikmeter Luft  $\left(\frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3}\right)$ .



- 2.1 Beschreiben Sie die Entwicklung der  $\text{NO}_2$ -Konzentration im Tagesverlauf und interpretieren Sie dies im Sachzusammenhang. (2 Punkte)
- 2.2 Die Funktion  $f$  mit  $f(t) = 15 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right) + 30$ ;  $5 \leq t \leq 21$ , modelliert den Wert der  $\text{NO}_2$ -Konzentration  $f(t)$  in  $\frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3}$  zum Zeitpunkt dieses Tages.
- 2.2.1 Beurteilen Sie folgende Aussage: „Das Maximum von  $f$  weicht vom tatsächlich gemessenen maximalen Wert der  $\text{NO}_2$ -Konzentration um mehr als 10% ab.“ (2 Punkte)
- 2.2.2 Bestimmen Sie unter Verwendung des Modells  $f$  die beiden Zeitpunkte, an denen die Zunahme der  $\text{NO}_2$ -Konzentration am größten ist. (3 Punkte)
- 2.2.3 Zum Zeitpunkt der Messung galt für die  $\text{NO}_2$ -Konzentration in der Luft der Grenzwert von  $40 \frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3}$ . Bestimmen Sie mithilfe von  $f$  die Uhrzeit auf die Minute genau, zu der dieser Grenzwert erstmals erreicht wurde. (3 Punkte)

**Lösungen**

- 2.1 *Beschreiben Sie die Entwicklung der  $\text{NO}_2$  -Konzentration im Tagesverlauf und interpretieren Sie dies im Sachzusammenhang.*

Morgens zwischen 6:00 und 8:00 Uhr sowie nachmittags und in den frühen Abendstunden zwischen 15:00 und 18:00 Uhr stieg die  $\text{NO}_2$  -Konzentration sehr stark an und erreichte ihre maximalen Werte, da in diesen Zeiten vermutlich der Berufsverkehr sehr stark zugenommen hat. Danach nahmen die Werte jeweils wieder ab, da anzunehmen ist, dass der Berufsverkehr wieder deutlich abgenommen hat.

- 2.2.1 *Beurteilen Sie folgende Aussage: „Das Maximum von  $f$  weicht vom tatsächlich gemessenen maximalen Wert der  $\text{NO}_2$  -Konzentration um mehr als 10% ab.“*

Aus der Abbildung kann man entnehmen, dass der maximale gemessene Wert ungefähr  $49 \frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3}$  beträgt.

Das Schaubild von  $f$  ist gegenüber der Grundsineusfunktion  $g(t) = \sin(t)$  um 30 Einheiten nach oben verschoben und besitzt die Amplitude 15. Die Funktion  $f(t)$  nimmt daher Werte an zwischen  $30 - 15 = 15$  und  $30 + 15 = 45$ .

Die Funktion  $f$  besitzt die Periode  $p = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10$ .

Da der vorgegebene Bereich  $5 \leq t \leq 21$  größer als eine Periodenlänge ist, nimmt das Schaubild von  $f$  in diesem Bereich auch jeden Wert zwischen 15 und 45 an.

Der prozentuale Unterschied zwischen dem gemessenen Wert 49 und dem maximalen Wert 45 von  $f$  beträgt  $\frac{49 - 45}{49} = \frac{4}{49} \approx 0,082 = 8,2\%$ .

- 2.2.2 *Bestimmen Sie unter Verwendung des Modells  $f$  die beiden Zeitpunkte, an denen die Zunahme der  $\text{NO}_2$  -Konzentration am größten ist.*

Die maximale Zunahme der Konzentration befindet sich dort, an denen die Steigungen der Tangenten an das Schaubild von  $f$  maximal wird. Dies sind die Wendestellen von  $f$  mit positiver Steigung.

Die Grundfunktion  $g(t) = \sin(t)$  besitzt bei  $t = 0$  einen Wendepunkt mit positiver Steigung.

Da das Schaubild von  $f(t)$  gegenüber dem Schaubild von  $g(t)$  um  $\frac{11}{2}$  Längeneinheiten nach rechts verschoben.

Der Wendepunkt von  $f(t)$  befindet sich daher bei  $t = \frac{11}{2}$  und eine Periode später bei

$$t = \frac{11}{2} + 10 = \frac{31}{2}.$$

Die gesuchten Zeitpunkte sind daher  $t = 5,5$  und  $t = 15,5$ .

2.2.3 Bedingung:  $f(t) = 40$

$$15 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right) + 30 = 40 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right) = \frac{2}{3}$$

$$\text{Substitution: } u = \frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)$$

$$\sin(u) = \frac{2}{3}$$

Mit dem WTR ergibt sich als erste positive Lösung  $u \approx 0,7297$

$$\text{Rücksubstitution: } 0,7297 = \frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right) \Rightarrow t - \frac{11}{2} \approx 1,161 \Rightarrow t \approx 6,6614$$

Minutenzahl der Uhrzeit:  $0,6614 \cdot 60 = 39,684$  Minuten

Die gesuchte Uhrzeit ist 6.40 Uhr.