

Hauptprüfung Fachhochschulreife 2018

Baden-Württemberg

Pflichtteil

Hilfsmittel: keine

Berufskolleg

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2018

Aufgabe 1:**1.1 (6 Punkte)**

Gegeben ist folgende Wertetabelle einer Polynomfunktion f , ihrer ersten Ableitungsfunktion f' und ihrer zweiten Ableitungsfunktion f'' .

Das Schaubild von f ist K_f .

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	30	22	2	-24	-50	-70	-78
$f'(x)$	0	-15	-24	-27	-24	-15	0
$f''(x)$	-18	-12	-6	0	6	12	18

Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes mit der y -Achse, eines Hoch- und eines Tiefpunktes von K_f an.

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an K_f im Punkt $P(-1/f(-1))$.

1.2 (5 Punkte)

Die Funktion g ist gegeben durch $g(x) = -\frac{1}{24}x^2(x-5)(x+3)$; $x \in \mathbb{R}$.

Geben Sie Art und Lage der Nullstellen an und skizzieren Sie davon ausgehend das Schaubild von g .

1.3 (4 Punkte)

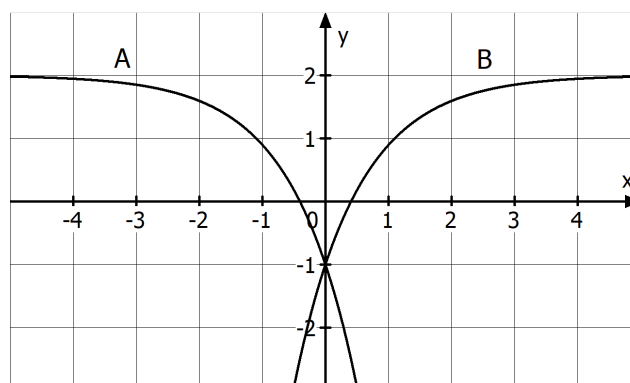
Lösen Sie die Gleichung $e^{2x} - 3e^x = 0$.

1.4 (5 Punkte)

Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = a \cdot e^{-x} + b$, $x \in \mathbb{R}$; $a, b \neq 0$

Begründen Sie, welches der Schaubilder A bzw. B zur Funktion h gehört.

Bestimmen Sie a und b .



1.5 (4 Punkte)

Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) dx$.

1.6 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass das folgende lineare Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcl} x & + & 2y & + & 3z & = & 4 \\ -x & & & & -6z & = & -8 \\ x & + & 4y & & & = & 0 \end{array}$$

Bestimmen Sie x und y, wenn z = -4 ist.

Lösung

1.1

Schnittpunkt mit der y-Achse:

An der Stelle $x = 0$ gilt $f(0) = 2$, also gilt $S_y(0/2)$

Extrempunkte:

Notwendige und hinreichende Bedingung: $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$ Die notwendige Bedingung ist erfüllt an den Stellen $x = -2$ und $x = 4$.

$$f''(-2) = -18 < 0 \Rightarrow \text{Hochpunkt } H(-2/30)$$

$$f''(4) = 18 > 0 \Rightarrow \text{Tiefpunkt } T(4/-78)$$

Gleichung der Tangente in $P(-1/f(-1))$:Allgemeiner Ansatz: $y = mx + b$ Für die Tangentensteigung gilt: $m = f'(-1) = -15$ Außerdem liegt der Punkt $P(-1/22)$ auf der Tangente.

$$\text{Einsetzen von } P(-1/22): 22 = -15 \cdot (-1) + b \Rightarrow b = 7$$

$$\text{Tangentengleichung: } y = -15x + 7$$

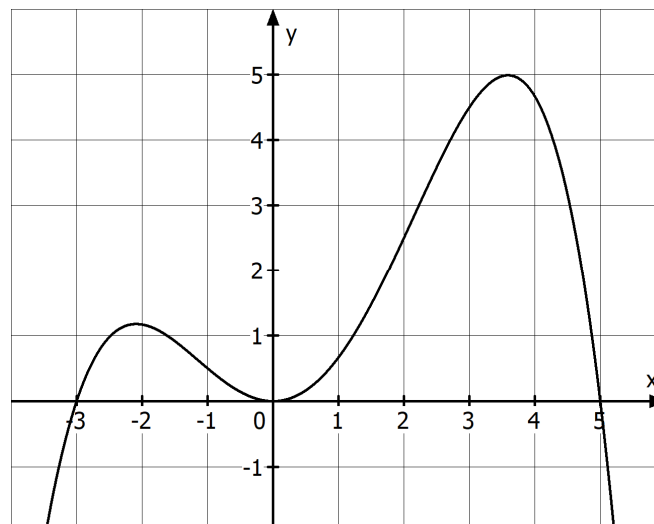
1.2

Nullstellen von $g(x)$: $g(x) = 0$

$$-\frac{1}{24}x^2(x-5)(x+3) = 0 \quad \text{Lösung der Gleichung mit dem Satz vom Nullprodukt}$$

Gleichung I): $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ist eine doppelte NullstelleGleichung II): $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$ ist eine einfache NullstelleGleichung III): $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ ist eine einfache Nullstelle

Skizze (mit Hilfe der Nullstellen):



1.3

$$e^{2x} - 3e^x = 0$$

Ausklammern ergibt $e^x \cdot (e^x - 3) = 0$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt

Gleichung I: $e^x = 0$ ist nicht lösbar

Gleichung II: $e^x - 3 = 0 \Rightarrow x = \ln(3)$

1.4

An der Funktion $h(x) = a \cdot e^{-x} + b$ erkennt man an der Hochzahl der e-Funktion, dass es eine waagrechte Asymptote für $x \rightarrow +\infty$ existiert.

Damit kann nur das Schaubild B zur Funktion h gehören.

Aus der Funktionsgleichung von h(x) ergibt sich als waagrechte Asymptote $y = b$.

Da in Schaubild B die waagrechte Asymptote $y = 2$ besitzt, gilt $b = 2$.

Das Schaubild B verläuft durch den Punkt $S_y(0 / -1)$.

Einsetzen des Punktes S_y in die Funktion: $-1 = a \cdot e^0 + 2 \Rightarrow a = -3$

Die Funktionsgleichung lautet $h(x) = -3e^{-x} + 2$.

1.5

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) dx = \left[\frac{1}{2} \sin(2x) \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin(0) = \frac{1}{2}$$

1.6

Zur Lösung des Gleichungssystems wird es in eine Stufenform umgewandelt:

$$\begin{array}{rrcr} x & +2y & +3z & = & 4 \\ -x & & -6z & = & -8 \\ x & +4y & & = & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \cdot (-1) \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{rrcr} x & +2y & +3z & = & 4 \\ & 2y & -3z & = & -4 \\ & 2y & -3z & = & -4 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \cdot (-1) \\ \leftarrow \end{array} \qquad \begin{array}{rrcr} x & +2y & +3z & = & 4 \\ & 2y & -3z & = & -4 \\ & 0 & = & 0 \end{array}$$

Da die letzte Zeile $0 = 0$ lautet, bleiben 2 Gleichungen mit 3 Variablen übrig. Somit besitzt das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen.

Es sei $z = -4$.

Dann folgt aus der 2. Zeile: $2y - 3 \cdot (-4) = -4 \Rightarrow y = -8$

Dann folgt aus der 1. Zeile: $x + 2 \cdot (-8) + 3 \cdot (-4) = 4 \Rightarrow x = 32$