

Hauptprüfung Abiturprüfung 2018

Baden-Württemberg

Teil 3 (mit Hilfsmittel)

Stochastik

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2018

Stochastik

- 1 Bei einem 10 km Lauf werden die Läufer auf halber Strecke an einem Stand versorgt. Die Organisatoren bieten jedem Läufer jeweils genau einen Becher Wasser und ein Stück Obst als Versorgung an.

Aufgrund der Erfahrung aus früheren Wettbewerben nimmt man folgende Wahrscheinlichkeiten an:

- 80% der Läufer nehmen einen Becher Wasser
- 30% der Läufer nehmen ein Stück Obst
- 5% der Läufer nehmen nur ein Stück Obst und kein Wasser

- 1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

A: Von fünf Läufern nehmen genau vier Läufer einen Becher Wasser

B: Von sechs Läufern nehmen mindestens zwei Läufer ein Stück Obst

C: Ein Läufer nimmt nur ein Becher Wasser und kein Obst (7 Punkte)

- 1.2 Beurteilen Sie folgende Aussage:

„Wenn ein Läufer einen Becher Wasser zu sich nimmt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass er dann auch ein Stück Obst zu sich nimmt, mehr als 30%.“

(3 Punkte)

- 1.3 Insgesamt nehmen an dem Lauf 2500 Läufer teil.

- 1.3.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 2050 Läufer einen Becher Wasser nehmen.

(2 Punkte)

- 1.3.2 Nach dem Lauf sollen die Wahrscheinlichkeiten überprüft werden, die aus der Erfahrung der früheren Wettbewerbe resultierten.

Tatsächlich haben genau 1950 Läufer einen Becher Wasser genommen. Fassen Sie dieses Ergebnis als Stichprobe auf.

Prüfen Sie, ob die ursprünglich angenommene Wahrscheinlichkeit von 80% in dem zugehörigen Vertrauensintervall mit Vertrauenswahrscheinlichkeit 99% liegt, das sich aus der Stichprobe ergibt.

(3 Punkte)

Lösungen

- 1.1 *Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:
A: Von fünf Läufern nehmen genau vier Läufer einen Becher Wasser*

Die Zufallsvariable X gebe die Anzahl der Läufer an, die einen Becher Wasser nehmen.

X ist binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = 0,8$.

$$P(A) = P(X = 4) \approx 0,4096 \quad (\text{WTR})$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 0,41 bzw. 41%.

- B: Von sechs Läufern nehmen mindestens zwei Läufer ein Stück Obst*

Die Zufallsvariable Y gebe die Anzahl der Läufer an, die ein Stück Obst nehmen.
 Y ist binomialverteilt mit $n = 6$ und $p = 0,3$.

$$P(B) = P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) \approx 0,5798 \quad (\text{WTR})$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 0,58 bzw. 58%.

- C: Ein Läufer nimmt nur ein Becher Wasser und kein Obst*

	Obst (O)	Kein Obst ($\bar{O}$)	
Wasser (W)	0,25	0,55	0,8
kein Wasser ($\bar{W}$)	0,05	0,15	0,2
	0,3	0,7	1

$$P(C) = P(W \cap \bar{O}) = 0,55$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,55 bzw. 55%.

- 1.2 *„Wenn ein Läufer einen Becher Wasser zu sich nimmt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass er dann auch ein Stück Obst zu sich nimmt, mehr als 30%.“*

$$P_W(O) = \frac{P(W \cap O)}{P(W)} = \frac{0,25}{0,8} = 0,3125$$

Die Wahrscheinlichkeit ist mit 31,25% größer als 30%. Die Aussage ist korrekt.

- 1.3.1 *Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 2050 Läufer einen Becher Wasser nehmen.*

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Läufer, die einen Becher Wasser annehmen. X ist binomialverteilt mit $n = 2500$ und $p = 0,8$.

$$P(X > 2050) = 1 - P(X \leq 2050) \approx 0,0053 = 0,53\%$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 0,0053 bzw. 0,53%.

- 1.3.2 *Prüfen Sie, ob die ursprünglich angenommene Wahrscheinlichkeit von 80% in dem zugehörigen Vertrauensintervall mit Vertrauenswahrscheinlichkeit 99% liegt, das sich aus der Stichprobe ergibt.*

$$\text{Relative Trefferhäufigkeit: } h = \frac{1950}{2500} = 0,78$$

Berechnung des Vertrauensintervalls mit $c = 2,58$ (aufgrund der Vertrauenswahrscheinlichkeit von 99%) und $n = 2500$.

$$I = \left[0,78 - 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,78 \cdot (1 - 0,78)}{2500}}; 0,78 + 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,78 \cdot (1 - 0,78)}{2500}} \right]$$

$$I = [0,7586; 0,8014] = [75,86\%; 80,14\%]$$

Die ursprünglich angenommene Wahrscheinlichkeit von 80% ist in dem Vertrauensintervall enthalten.