

Hauptprüfung Abiturprüfung 2018

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2018

Anwendungsorientierte Analysis

- 2 Um Zugvögel beim Fliegen zu beobachten setzen Forscher spezielle, sehr leichte Drohnen ein. Die Drohne startet vom Boden aus und fliegt nach starker Beschleunigung hinter den Vögeln her. Die Geschwindigkeit der Drohne kann modellhaft durch die Funktion v mit

$$v(t) = 25 - 25 \cdot e^{-0,0322t} ; t \geq 0$$

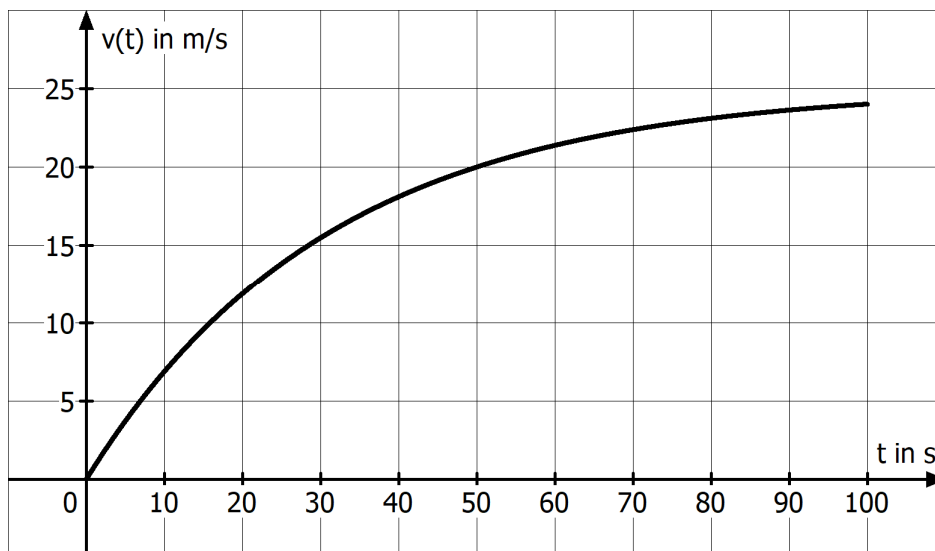
beschrieben werden. Dabei ist t die Zeit in Sekunden (s) seit dem Start der Drohne ($t=0$).

$v(t)$ gibt die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$) zum Zeitpunkt t an.

- 2.1 Zeichnen Sie das Schaubild von v für $0 \leq t \leq 100$.
Bestimmen Sie die Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde, an die sich die Geschwindigkeit der Drohne nach diesem Modell annähert.
(4 Punkte)
- 2.2 Berechnen Sie $\int_0^{50} v(t) dt$.
Interpretieren Sie das Integral im Sachzusammenhang.
(3 Punkte)
- 2.3 Die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit entspricht der Beschleunigung dieser Drohne.
Begründen Sie, dass die Drohne beim Start die größte Beschleunigung hat.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt, ab dem die Beschleunigung geringer als $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ist.
(3 Punkte)

Lösungen

2.1 Zeichnen Sie das Schaubild von v für $0 \leq t \leq 100$.



Bestimmen Sie die Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde, an die sich die Geschwindigkeit der Drohne nach diesem Modell annähert.

Für $t \rightarrow +\infty$ gilt $v(t) \rightarrow 25$ m/s, da $e^{-0,0322t} \rightarrow 0$ strebt.

Die Drohne nähert sich mit zunehmender Zeit einer Geschwindigkeit von 25 m/s. Dies sind 90 km/h.

2.2 Berechnen Sie $\int_0^{50} v(t) dt$.

$$\begin{aligned} \int_0^{50} v(t) dt &= \int_0^{50} (25 - 25e^{-0,0322t}) dt = \left[25t + \frac{25}{0,0322} e^{-0,0322t} \right]_0^{50} \\ &= 25 \cdot 50 + \frac{25}{0,0322} e^{-0,0322 \cdot 50} - \left(0 + \frac{25}{0,0322} \right) = 628,79 \end{aligned}$$

Interpretieren Sie das Integral im Sachzusammenhang.

Das Integral gibt den von der Drohne in den ersten 50 Sekunden zurückgelegten Weg in Metern an.

2.3 *Begründen Sie, dass die Drohne beim Start die größte Beschleunigung hat.*

Die Beschleunigung wird durch die Ableitung von $v(t)$ ausgedrückt.

$$v'(t) = 0,805 \cdot e^{-0,0322t}$$

Die Funktion $v'(t)$ ist streng monoton fallend, was man an der negativen Hochzahl bei der e-Funktion erkennen kann.

Rechnerischer Nachweis der Monotonie:

$$v''(t) = 0,805 \cdot e^{-0,0322t} \cdot (-0,0322) = -0,025921e^{-0,0322t}$$

Es ist $v''(t) < 0$ für $t \geq 0$

**Da $v'(t)$ streng monoton fällt, ist sie zum Zeitpunkt $t = 0$ am größten.
Somit hat die Drohne zum Zeitpunkt $t = 0$ die größte Beschleunigung.**

Bestimmen Sie den Zeitpunkt, ab dem die Beschleunigung geringer als $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ist.

Bedingung: $v'(t) < 0,5$

$$0,805e^{-0,0322t} < 0,5$$

$$\Rightarrow e^{-0,0322t} < 0,6211$$

$$\Rightarrow -0,0322t < \ln(0,6211)$$

$$\Rightarrow t > \frac{\ln(0,6211)}{-0,0322} \approx 14,79$$

(Ungleichheitszeichen dreht sich wegen Division durch negative Zahl)

Nach etwa 14,8s ist die Beschleunigung der Drohne geringer als $0,5 \text{ m/s}^2$.