

**Hauptprüfung Abiturprüfung 2026
grundlegendes Anforderungsniveau (gAn)**

Baden-Württemberg

Teil B – Lineare Algebra Aufgabensatz 2

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

3 Lineare Algebra

3.1 (a) 1 BE b) 4 BE c) 4 BE d) 2 BE)

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}.$

- a) Entscheiden Sie, ob der Punkt $A(-3|-1|2)$ auf der Geraden g liegt.
- b) Die Gerade h verläuft durch die Punkte $B(1|0|2)$ und $C(-1|0|0)$.
Die Geraden g und h schneiden sich in einem Punkt S .

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S .

- c) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $D(1|3|1)$ von der Geraden g .
- d) Eine Ebene E ist gegeben durch

$$E: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}; r, s \in \mathbb{R}$$

Geben Sie die besondere Lage der Ebene E im Koordinatensystem an und begründen Sie Ihre Angabe.

3.2 (4 BE)

Ermitteln Sie die Gleichung einer Ebene F , die mit den drei Koordinatenebenen einen Körper mit 5 Volumeneinheiten einschließt.

Lösungen**3 Lineare Algebra****3.1**

a) Kontrolle mit einer Punktprobe: $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$-3 = 6 + 3t \Rightarrow t = -3$$

$$-1 = -2 - t \Rightarrow t = -1$$

$$2 = 5 + 2t \Rightarrow t = -1,5$$

Da die Werte von t unterschiedlich sind, liegt A nicht auf g .

b) Gleichung der Geraden h : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{rcl} 6 + 3t & = & 1 - 2s \\ -2 - t & = & 0 \\ 5 + 2t & = & 2 - 2s \end{array}$$

Gleichsetzen der beiden Geradengleichungen:

Aus der 2. Zeile folgt $t = -2$.

Aus der 1. Zeile folgt: $6 + 3 \cdot (-2) = 1 - 2s \Leftrightarrow s = 0,5$

Kontrolle mit der 3. Zeile: $5 + 2 \cdot (-2) = 2 - 2 \cdot 0,5$ ist eine wahre Aussage.

Einsetzen von $t = -2$ in g ergibt den Schnittpunkt $S(0|0|1)$.

c) Zunächst benötigt man den Lotfußpunkt L auf der Geraden g .

L hat die allgemeinen Koordinaten $L(6+3t|-2-t|5+2t)$.

$$\text{Bedingung: } \overrightarrow{DL} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5+3t \\ -5-t \\ 4+2t \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 15 + 9t + 5 + t + 8 + 4t = 0 \Leftrightarrow 14t + 28 = 0 \Leftrightarrow t = -2$$

Einsetzen von t in L ergibt $L(0|0|1)$.

$$\text{Der Abstand von D zu g ist } |\overrightarrow{DL}| = \left| \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{1+9+0} = \sqrt{10}$$

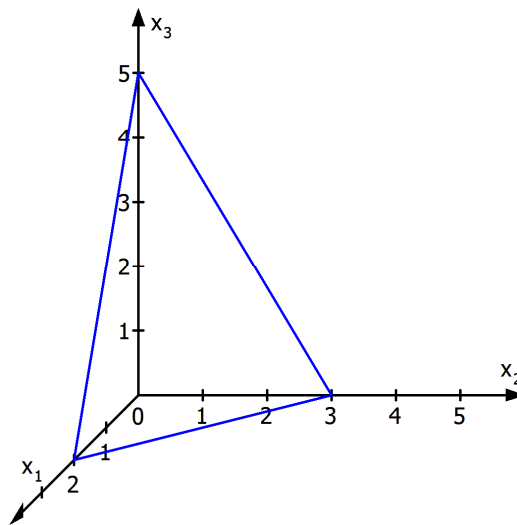
d) Die Ebene E entspricht der x_1x_3 -Ebene .

Begründung: E verläuft durch den Ursprung da der Stützvektor nicht angegeben

ist und daher als $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ interpretiert werden kann.

Da die x_2 -Koordinaten der beiden Spannvektoren 0 sind, ist Ebene parallel zur x_1x_3 -Ebene.

3.2



Die Spurpunkte einer Ebene F und der Ursprung O bildet mit den drei Koordinatenebenen eine dreiseitige Pyramide.

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

Damit das Volumen $V = 5$ ergibt könnte zum Beispiel $h = 5$ und $G = 3$ sein.

Als Grundfläche G wird das Dreieck auf der x_1x_2 -Ebene gewählt.

Damit $G = 3$ ist, können die Katheten des rechtwinkligen Dreiecks die Längen 2 und 3 haben.

Damit verläuft die Ebene F durch die Punkte $A(2|0|0)$ und $B(0|3|0)$.

Aufgrund der Höhe 5 muss die Ebene F auch durch $S(0|0|5)$ verlaufen.

$$\text{Gleichung von F: } \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$