

**Hauptprüfung Abiturprüfung 2026
grundlegendes Anforderungsniveau (gAn)**

Baden-Württemberg

Teil B – Stochastik Aufgabensatz 1

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

2 Stochastik

(a) 2 BE b) 2 BE c) 2 BE d) 3 BE e) 3 BE f) 3 BE)

Eine Playlist besteht aus einer großen Anzahl von Liedern, von denen 32 % Hip-Hop-Songs sind. Von allen Liedern der Playlist haben 40 % eine Länge von mindestens 4 Minuten. Ein Lied aus der Playlist wird zufällig ausgewählt.

Folgende Ereignisse werden betrachtet:

H: „Das Lied ist ein Hip-Hop-Song.“

L: „Das Lied ist mindestens 4 Minuten lang.“

- a) Geben Sie die fehlenden Werte in der abgebildeten Vierfeldertafel auf Ihrem Lösungsblatt an.

	H	$\bar{H}$	
L	0,14		
$\bar{L}$			
			1

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das ausgewählte Lied mindestens 4 Minuten lang ist, wenn bekannt ist, dass es ein Hip-Hop-Song ist.

Aus der Playlist werden 20 Lieder zufällig ausgewählt und nacheinander abgespielt. Die Anzahl der Hip-Hop-Songs unter den ausgewählten Liedern kann durch eine binomialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden.

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 5 dieser Lieder Hip-Hop-Songs sind.
- d) Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden mathematischen Aussage im Anwendungszusammenhang:

$$\sum_{k=0}^8 \binom{20}{k} \cdot 0,32^k \cdot 0,68^{20-k} \approx 0,843$$

Die Längen der ersten fünf Lieder sind in der folgenden Tabelle dargestellt. So hat beispielsweise das erste Lied eine Länge von 4 Minuten und 45 Sekunden.

Nummer	1	2	3	4	5
Länge	4:45	3:56	3:35	4:36	4:08

- e) Die ersten sechs Lieder haben eine durchschnittliche Länge von 4 Minuten und 5 Sekunden. Bestimmen Sie die Länge des sechsten Liedes.

- f) Die fünf Lieder, deren Längen in der Tabelle dargestellt sind, sollen in veränderter Reihenfolge abgespielt werden, jedes Lied genau einmal. Dabei soll die folgende Regel gelten: Lieder, die eine Länge von weniger als 4 Minuten haben, werden nicht direkt nacheinander abgespielt. Ermitteln Sie die Anzahl der Möglichkeiten, diese fünf Lieder unter Einhaltung der Regel abzuspielen.
- .

Lösungen**2 Stochastik**

a) Vierfeldertafel:

	H	$\bar{H}$	
L	0,14	0,26	0,4
$\bar{L}$	0,18	0,42	0,6
	0,32	0,68	1

b) Gesucht ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_H(L) = \frac{P(H \cap L)}{P(H)} = \frac{0,14}{0,32} = \frac{7}{16}$

c) Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Hip-Hop-Songs an.
X ist binomialverteilt mit $n = 20$ und $p = 0,32$.

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 0,657$$

d) Der Term hinter dem Summenzeichen ist die Bernoulliformel mit $n = 20$ und $p = 0,32$.

Die Summe beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 20 Liedern höchstens 8 Hip-Hop-Songs sind.
Diese Wahrscheinlichkeit beträgt $0,843 = 84,3\%$.

e) Da man die Längen der Lieder nur schwierig als Dezimalzahl schreiben kann, wandelt man alle Längen in Sekunden um.

Summe der ersten 5 Längen: $285 + 236 + 215 + 276 + 248 = 1260$ Sekunden

Wenn der Mittelwert aller 6 Lieder 245 Sekunden ist, muss die Summe der ersten 6 Liedlängen $6 \cdot 245 = 1470$ Sekunden.

Somit hat das sechste Lied eine Länge von $1470 - 1260 = 210$ Sekunden bzw. 3 Minuten und 30 Sekunden.

f) Es gibt zunächst einmal $5! = 120$ Möglichkeiten, die 5 Lieder in verschiedenen Reihenfolgen anzuordnen.
Nun muss die Anzahl der Möglichkeiten subtrahiert werden, in denen Lied Nr. 2 und Nr. 3 hintereinander vorkommen.

Es gibt 8 verschiedene Möglichkeiten, wobei „x“ ein Lied der Länge von mehr als 4 Minuten beschreibt.

23xxx, 32xxx, x23xx, x32xx, xx23x, xx32x, xxx23, xxx32

Die Anzahl der Möglichkeiten für Reihenfolge der drei Lieder „xxx“ beträgt $3!$

Somit muss man $8 \cdot 3! = 48$ subtrahieren.

Insgesamt gibt es $120 - 48 = 72$ Möglichkeiten.