

**Hauptprüfung Abiturprüfung 2026
Erhöhtes Anforderungsniveau (eAn)**

Baden-Württemberg

Teil B – Stochastik Aufgabensatz 2

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

2 Stochastik (a) 2 BE b) 5 BE c) 3 BE d) 4 BE e) 6 BE)

Laut einer Umfrage von YouGov¹ sind 57 % der deutschen Wahlberechtigten für die Einführung eines generellen Tempolimits von 130 km/h auf Autobahnen. 35 % sind gegen ein Tempolimit. 8 % sind unentschlossen.

Die Umfrage wird als repräsentativ für die gesamte Bevölkerung angenommen.

Für eine Gruppe von zufällig ausgewählten Wahlberechtigten zählt die Zufallsgröße X die Personen, die für ein Tempolimit sind.

- a) Begründen Sie, inwiefern X als binomialverteilt angenommen werden kann.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse bei einer zufällig ausgewählten Gruppe von 10 Wahlberechtigten:

A: Nur die fünfte Person ist für ein Tempolimit.

B: Genau 3 Personen sind für ein Tempolimit.

C: Höchstens 5 Personen sind für ein Tempolimit.

Betrachtet werden nun weitere zufällig ausgewählte Gruppen von Wahlberechtigten.

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

D: Von 100 Personen sind mindestens 9 Personen unentschlossen.

E: Von 250 Personen sind weniger als 100, aber mehr als 80 Personen gegen ein Tempolimit.

- d) Ermitteln Sie, wie viele Personen mindestens befragt werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 20 Personen zu erhalten, die unentschlossen sind.

Eine Automobil-Zeitschrift bezweifelt die Ergebnisse der Umfrage von YouGov und führt eine eigene Erhebung durch.

Hierfür werden telefonisch 80 Personen befragt, die am Bodensee leben. 30 der befragten Personen geben an, für ein Tempolimit zu sein.

- e) Beurteilen Sie unter Verwendung
- eines geeigneten Prognoseintervalls sowie
 - einer kritischen Betrachtung der Vorgehensweise der Automobil-Zeitschrift,

ob die Ergebnisse der Umfrage der Automobil-Zeitschrift einen Anlass bieten, die Resultate der Umfrage von YouGov anzuzweifeln.

1 YouGov-Sonntagsfrage, April 2024, <https://yougov.de/politics/articles/49104-die-yougov-sonntagsfrage-im-april-2024-befurwortung-fur-tempolimit>, heruntergeladen am 30.09.2025

Lösungen**2 Stochastik**

- a) X kann als binomialverteilt angenommen werden, da das zugrundeliegende Bernoulli-Experiment nur aus 2 Ergebnissen besteht: Personen die für ein Tempolimit sind (57%) und Personen die dagegen oder unentschlossen sind (43%).

Die Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,57$ bleibt während der Befragung der Personen konstant.

Die Zufallsgröße X zählt die Treffer.

- b) Die Wahrscheinlichkeit von A ergibt sich aus einem einzelnen Pfad im Baumdiagramm.

$$P(A) = 0,43^4 \cdot 0,57 \cdot 0,43^5 \approx 0,00028$$

X ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,57$.

$$P(B) = P(X = 3) = 0,06$$

$$P(C) = P(X \leq 5) = 0,444$$

- c) Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der Personen an, die unentschlossen sind. Y ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0,08$.

$$P(D) = P(Y \geq 9) = 1 - P(Y \leq 8) = 0,407$$

Die Zufallsgröße Z gibt die Anzahl der Personen an, die gegen ein Tempolimit sind.

Z ist binomialverteilt mit $n = 250$ und $p = 0,35$.

$$P(E) = P(80 < Z < 100) = P(Z \leq 99) - P(Z \leq 80) = 0,943 - 0,177 = 0,766$$

- d) Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der Personen an, die unentschlossen sind. Y ist binomialverteilt mit unbekanntem n und $p = 0,08$.

$$\text{Bedingung: } P(Y \geq 20) \geq 0,9$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(Y \leq 19) \geq 0,9$$

$$\Leftrightarrow -P(Y \leq 19) \geq -0,1 \quad | :(-1)$$

$$\Leftrightarrow P(Y \leq 19) \leq 0,1$$

Taschenrechner:

Für $n = 320$ gilt $P(Y \leq 19) = 0,1007 > 0,1$

Für $n = 321$ gilt $P(Y \leq 19) = 0,098 < 0,1$

Es müssen mindestens 321 Personen befragt werden.

- e) Die relative Häufigkeit aus der telefonischen Umfrage der Tempolimit-Befürworter beträgt $h = \frac{30}{80} = 0,375$

Betrachtet man ein 95%-Prognoseintervall auf Basis des Ergebnisses von YouGov, ergibt sich:

$$\left[0,57 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,57 \cdot 0,43}{80}}; 0,57 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,57 \cdot 0,43}{80}} \right]$$

bzw. $[0,462; 0,678]$

Wenn der wahre Anteil tatsächlich 57% wäre, läge ein Stichprobenanteil bei $n = 80$ mit hoher Wahrscheinlichkeit im Bereich von etwa 46,2% bis 67,9%.

Der beobachtete Wert der Zeitschrift (37,5%) liegt deutlich unterhalb von 46,1% und damit außerhalb des Prognoseintervalls.

Unter der Annahme, dass die Zeitschrift eine zufällige, repräsentative Stichprobe wäre, spräche das Ergebnis von 37,5% für einen Widerspruch zu YouGov.

Jedoch ist die die Umfage der Zeitschrift nicht repräsentativ, weil

- nur 80 Personen befragt wurden (kleine Stichprobe)
- telefonisch gefragt wurde (mögliche Verzerrungen – wer geht überhaupt ans Telefon, wer hat Festnetz?)
- nur Personen am Bodensee befragt wurden (regional begrenzt)

Daher ist die Erhebung und das Ergebnis der Zeitschrift kein ernsthafter Anlass, die Resultate von YouGov anzuzweifeln.