# Hauptprüfung Abiturprüfung 2026
# Erhöhtes Anforderungsniveau (eAn)

# Baden-Württemberg

## Teil A – Wahlaufgaben (A5) / Problemlöseaufgabe (A6)

**Hilfsmittel:**
**A5: keine**
**A6: WTR und Merkhilfe**

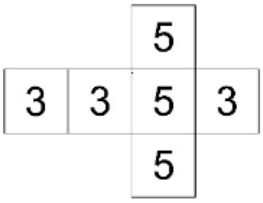
**berufliche Gymnasien**

Alexander Schwarz

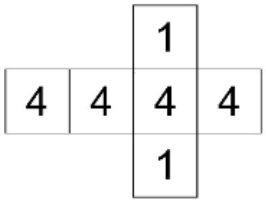
www.mathe-aufgaben.com

## 5/1 Stochastik (3 BE und 2 BE)

Die Abbildung zeigt die Netze zweier Würfel A und B.




Würfel A




Würfel B

Bei einem Spiel wird pro Runde jeder der beiden Würfel einmal geworfen.

a) Es werden zwei Runden gespielt.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei beiden Runden mit Würfel A eine größere Zahl erzielt wird als mit Würfel B.

b) Nun werden vier Runden gespielt. Für jede Runde wird die Summe der beiden erzielten Zahlen berechnet. Betrachtet wird das Ereignis „Alle vier Summen sind untereinander verschieden."
Geben Sie jeweils eine natürliche Zahl für v und w an, sodass mit dem Term

$$v \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^w \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses berechnet werden kann.

## 5/2 Stochastik (1 BE und 4 BE)

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, die jeweils mit einer natürlichen Zahl beschriftet sind. Auf drei Kugeln steht die Zahl a, auf den beiden anderen Kugeln die Zahl b. Die Summe von a und b ist 17. Es werden zwei Kugeln gleichzeitig zufällig entnommen.

a) Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $1-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$ berechnet werden kann.

b) Die Zufallsgröße X beschreibt die Summe der Zahlen auf den beiden entnommenen Kugeln. Der Erwartungswert von X ist 16.
Bestimmen Sie a und b.

## 5/3 Lineare Algebra (5 BE)

Gegeben sind die Gerade g durch $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ und der Punkt P(0|0|t) mit $t \in \mathbb{R}$ sowie die folgenden Eigenschaften:

- Der Punkt Q liegt auf der Gerade g.
- Der Vektor $\overrightarrow{PQ}$ ist orthogonal zur $x_3$-Achse
- Der Vektor $\overrightarrow{PQ}$ ist orthogonal zur Gerade g.

Bestimmen Sie den Wert von t.

## 5/4 Lineare Algebra (5 BE)

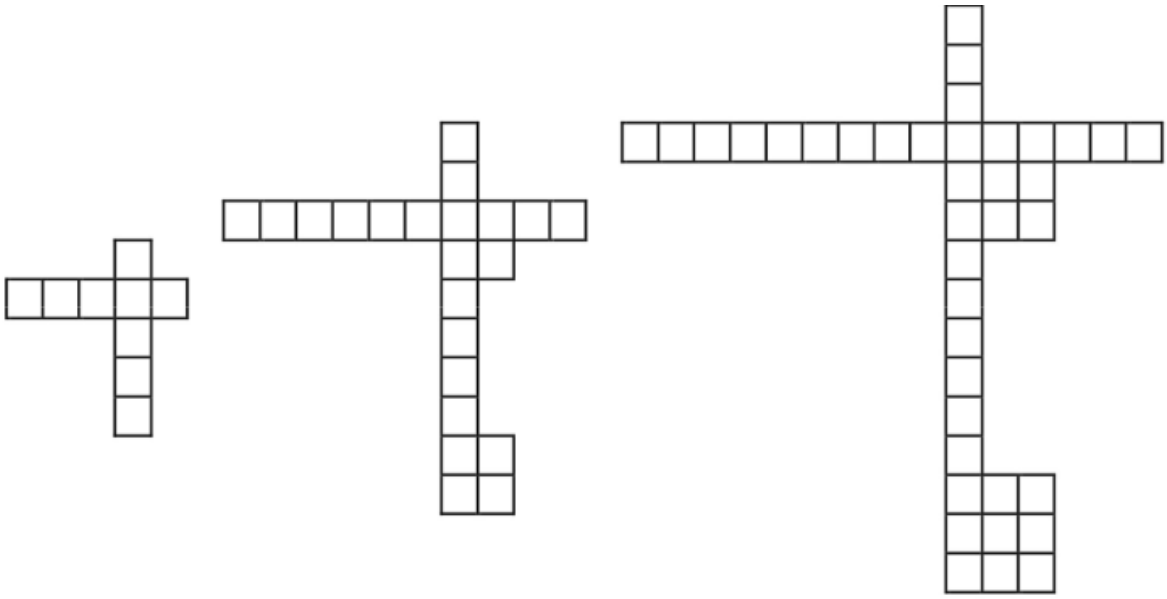
Die Punkt A(2|0|0), B(1|-2|1,5), C(3|-1|3) und D(4,5|1,5|1,5) bilden ein Viereck.

Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD symmetrisch zur Diagonale BD ist.

## 6 Analysis (Problemlöseaufgabe) (10 BE)

**Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise.**

Abgebildet sind die ersten drei Figuren einer Figurenfolge. Die Figuren bestehen jeweils aus Kästchen.



Bestimmen Sie einen Term für die Anzahl der Kästchen der n-ten Figur dieser Figurenfolge.

**Lösungen**

## 5/1 Stochastik

a) Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Runde Würfel A eine größere Zahl erreicht:

$$P(5;1)+P(5;4)+P(3;1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

Wahrscheinlichkeit, dass bei zwei Runden jeweils Würfel A eine größere Zahl erreicht:

$$P=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$$

b) Die Zufallsgröße X gibt die Summe der beiden Zahlen an.

Folgende Werte kann X annehmen: X = 4; X = 6; X = 7 ; X = 9

$$P(X=4)=P(3;1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6} \qquad P(X=6)=P(5;1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$$P(X=7)=P(3;4)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3} \qquad P(X=9)=P(5;4)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

P(alle 4 Summen sind untereinander verschieden) =

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot 4!=\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 3=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

Damit ist v = 3 und w = 1.

## 5/2 Stochastik

a) $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$ ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass beide gezogenen Kugeln die Aufschrift „b“ haben.

$1-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$ ist die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses und somit die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine Kugel die Aufschrift „b“ hat.

b) Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X sieht so aus:

$$P(X=2b)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$$
$$P(X=2a)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$$
$$P(X=a+b)=1-\frac{1}{10}-\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$$

$$E(X)=2b\cdot\frac{1}{10}+2a\cdot\frac{3}{10}+(a+b)\cdot\frac{6}{10}=\frac{6}{5}a+\frac{4}{5}b$$

Nun soll gelten:

(1) $a+b=17$
(2) $\frac{6}{5}a+\frac{4}{5}b=16$

Aus (1) folgt: $b=17-a$ in (2)
$\frac{6}{5}a+\frac{4}{5}(17-a)=16 \Leftrightarrow \frac{2}{5}a+13{,}6=16 \Leftrightarrow \frac{2}{5}a=2{,}4 \Leftrightarrow a=6$

Daraus folgt b = 17 – 6 = 11

## 5/3 Lineare Algebra

Da der Punkt Q auf der Geraden g liegt, hat er die Koordinaten Q(-1+r|2-r|1+2r).

Es gilt $\overrightarrow{PQ} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} -1+r \\ 2-r \\ 1+2r-t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1+2r-t = 0$ (1)

Es gilt $\overrightarrow{PQ} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} -1+r \\ 2-r \\ 1+2r-t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = -1+r-2+r+2+4r-2t = 0$ (2)

Gleichung (1): $2r-t=-1$
Gleichung (2): $6r-2t=1$

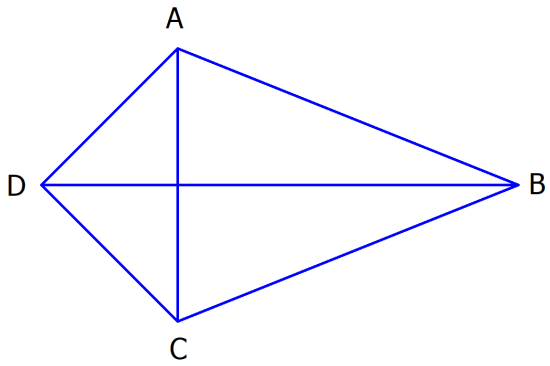
Aus (1) folgt $t=2r+1$ in (2) eingesetzt

$6r-2(2r+1)=1 \Leftrightarrow 2r-2=1 \Leftrightarrow r=1{,}5$

Daraus folgt t = 3 + 1 = 4

## 5/4 Lineare Algebra

Das Viereck ist symmetrisch zur Diagonale BD, wenn die Diagnoale BD die Mittelsenkrechte der Diagonalen AC ist.




Zunächst wird geprüft, ob die Diagonalen AC und BD orthogonal zueinander sind.

Es gilt $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 3,5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Es gilt $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 3,5 - 3,5 + 0 = 0$ und damit ist die Orthogonalität gezeigt.

Nun muss noch gezeigt werden, dass der Mittelpunkt der Strecke AC auf der Geraden durch B und D liegt.

Mittelpunkt der Strecke AC: $M(\frac{2+3}{2} | \frac{0+(-1)}{2} | \frac{0+3}{2})$ bzw. M(2,5|-0,5|1,5)

Gleichung der Geraden durch B und D: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1,5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3,5 \\ 3,5 \\ 0 \end{pmatrix}$

Kontrolle, ob der Punkt M auf g liegt: $\begin{pmatrix} 2,5 \\ -0,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1,5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3,5 \\ 3,5 \\ 0 \end{pmatrix}$

1.Zeile: $2,5 = 1 + 3,5t \Leftrightarrow t = \frac{2}{7}$

2.Zeile: $-0,5 = -2 + 3,5t \Leftrightarrow t = \frac{2}{7}$

3.Zeile: $1,5 = 1,5$

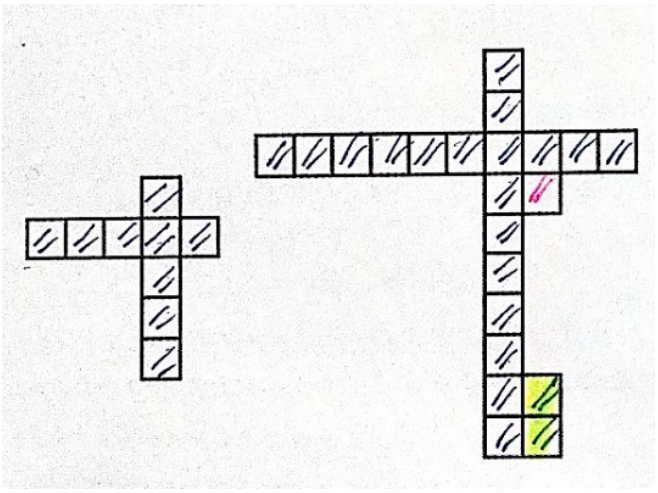
Alle Koordinaten passen mit demselben Wert von t. Daher liegt M auf BD.

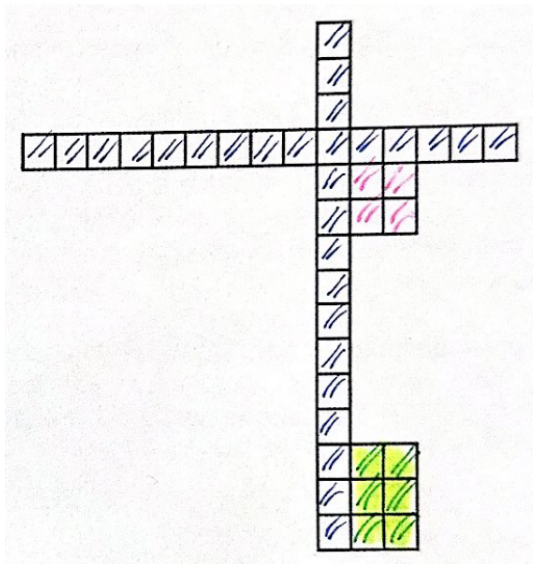
## 6 Analysis (Problemlöseaufgabe)

***Analyse:***

- Wie viele Kästchen hat Figur 1 und Figur 2 und Figur 3?
- Mit welcher Logik ändern sich die Figuren?
- Aufteilung der Figur in 3 kleinere Teile (schwarz, rosa und gelb), zu denen man jeweils einen Term aufstellen kann.

***Durchführung:***





Schwarze Flächen:

n = 1: 9 Kästchen
n = 2: 19 Kästchen
n = 3: 29 Kästchen

n Kästchen: $10n - 1$ Kästchen

Rosa Flächen:

n = 1: 0 Kästchen
n = 2: 1 Kästchen
n = 3: 4 Kästchen

n Kästchen: $(n-1)^2$ Kästchen

Gelbe Flächen:

n = 1: 0 Kästchen
n = 2: 2 Kästchen
n = 3: 6 Kästchen

n Kästchen: $n^2 - n$ Kästchen oder $n \cdot (n-1)$ Kästchen

Gesamtterm für die Anzahl der Kästchen der n-ten Figur: $10n - 1 + (n-1)^2 + n^2 - n$