

**Hauptprüfung Abiturprüfung 2026
Erhöhtes Anforderungsniveau (eAn)**

Baden-Württemberg

Teil A - Pflichtaufgaben

**Hilfsmittel: keine
berufliche Gymnasien**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

1 Analysis (3 BE und 2 BE)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.
Der Graph von f ist K .

- a) Berechnen Sie die Nullstellen von f .
- b) Weisen Sie nach, dass der Hochpunkt von K die x -Koordinate 1 hat.

2 Analysis (3 BE und 2 BE)

Gegeben ist für $x \in [-\pi; 2\pi]$ die Funktion f durch:

$$f(x) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

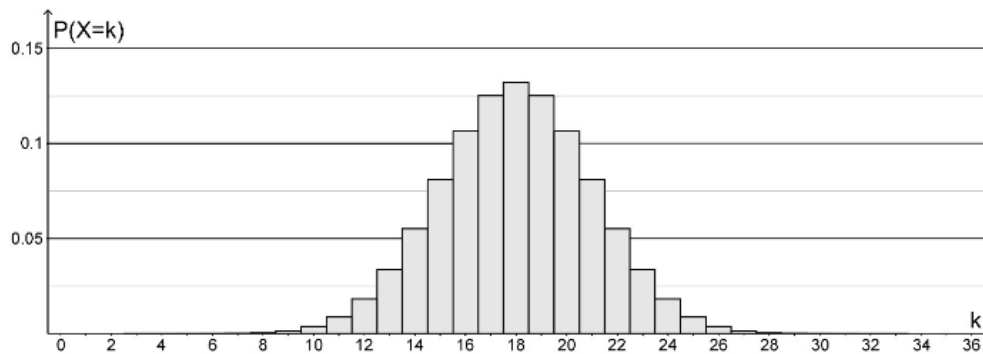
K_f ist der Graph von f .

- a) Skizzieren Sie K_f für den oben angegebenen Definitionsbereich.
- b) Bestimmen Sie die Steigung der Tangente an K_f im Punkt $P\left(\frac{\pi}{2} \mid f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$.

3 Stochastik (1 BE und 4 BE)

Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße X mit den Parametern $n = 36$ und $p = 0,5$.

- Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit $P(X = 27)$ berechnet werden kann.
- Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .



Ermitteln Sie einen Näherungswert für $P(\mu - 0,5 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 0,5 \cdot \sigma)$, wobei μ der Erwartungswert und σ die Standardabweichung von X sind.

4 Lineare Algebra (2 BE und 3 BE)

Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ und die Ebene

$$E: -2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2.$$

- Begründen Sie, dass g senkrecht zu E steht.
Zeigen Sie, dass der Punkt $P(-4|2|-2)$ in E liegt.
- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes auf g , der zu E den Abstand 12 hat.

Lösungen**1 Analysis**a) Nullstellen von f : $f(x) = 0$

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

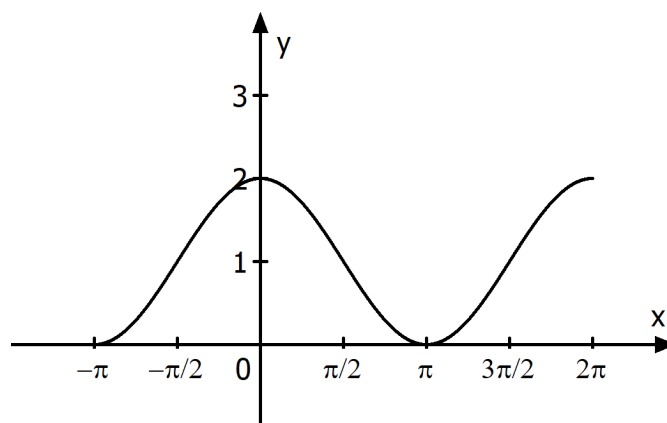
$$\Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 6x + 9) = 0 \quad \text{Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt}$$

$$\text{Gleichung I): } x_1 = 0$$

$$\text{Gleichung II): } x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x_{2,3} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2}, \text{ also } x_2 = x_3 = 3$$

Die Nullstellen sind $x = 0$ und $x = 3$.b) Es gilt $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ und $f''(x) = 6x - 12$

$$\text{Es gilt } f'(1) = 0 \text{ und } f''(1) = -6 < 0$$

Damit hat K einen Hochpunkt mit der x -Koordinate 1.**2 Analysis**a) Das Schaubild von f hat auf der Höhe $y = 1$ die waagrechte Mittellinie. Die Amplitude ist 1 und die Periode ist 2π .Die „Minus-Sinusfunktion“ wird um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts verschoben.b) Es gilt $f'(x) = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\text{Steigung der Tangente in P: } f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos(0) = -1$$

3 Stochastik

a) Formel von Bernoulli: $P(X = 27) = \binom{36}{27} \cdot 0,5^{27} \cdot (1 - 0,5)^{36-27} = \binom{36}{27} \cdot 0,5^{36}$

b) Berechnung des Erwartungswerts: $\mu = n \cdot p = 36 \cdot 0,5 = 18$

Berechnung der Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{36 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 3$

$$P(18 - 0,5 \cdot 3 \leq X \leq 18 + 0,5 \cdot 3) = P(16,5 \leq X \leq 19,5) = P(17 \leq X \leq 19) \\ = P(X = 17) + P(X = 18) + P(X = 19) = 0,125 + 0,13 + 0,125 = 0,38$$

Damit lautet die Standardabweichung $\sigma = 6 - 4,5 = 1,5$ (oder $\sigma = 7,5 - 6 = 1,5$)

Man könnte den Erwartungswert auch direkt aus der Abbildung ablesen – es handelt sich um die Stelle mit dem höchsten Balken.

4 Lineare Algebra

a) Der Richtungsvektor von g entspricht dem Normalenvektor der Ebene E:

$$\vec{u} = \vec{n}_E = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Daher steht g senkrecht auf E.

Einsetzen von Punkt P(-4|2|-2) in die Ebenengleichung:

$$-2 \cdot (-4) - 2 + 2 \cdot (-2) - 2 = 0 \text{ ist eine wahre Aussage}$$

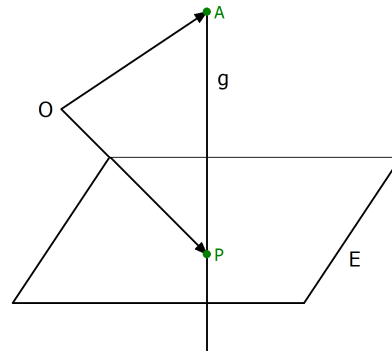
Daher liegt P auf der Ebene E.

b)

Zur Berechnung des gesuchten Punktes A wird der Einheitsvektor des Richtungsvektors $\vec{u}$ von g benötigt.

$$\text{Es gilt } |\vec{u}| = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$$

$$\text{Einheitsvektor von } \vec{u}: \vec{u}_0 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Der gesuchte Punkt kann mit folgender Vektorgleichung bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= \overrightarrow{OP} + 12 \cdot \vec{u}_0 \\ \overrightarrow{OA} &= \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Der gesuchte Punkt hat die Koordinaten A(-12|-2|6).

Alternative Rechnung: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OP} - 12 \cdot \vec{u}_0$

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} - 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Der gesuchte Punkt hat die Koordinaten A(4|6|-10).