

Hauptprüfung Abiturprüfung 2026 - Leistungsfach

Baden-Württemberg

Teil B Stochastik – Aufgabensatz 2

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Aufgabe III 2

Die Zufallsgröße X beschreibt die Masse eines Eisbär-Babys bei der Geburt. Sie wird als normalverteilt mit $\mu_X = 650$ und $\sigma_X = 40$ angenommen (alle Werte in Gramm). X

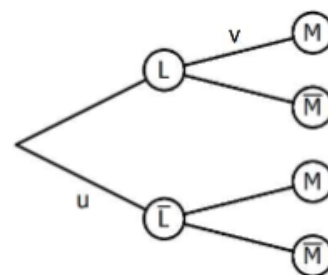
- a) Ein Eisbär-Baby wird zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass seine Masse bei der Geburt um weniger als 20 g vom Erwartungswert abweicht. (2 BE)
- b) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $5 \cdot P(X < 600)^4 \cdot P(X \geq 600)$ berechnet werden kann, und geben Sie dieses Ereignis an. (3 BE)

Eisbären sind bei ihrer Geburt nicht nur sehr leicht, sondern auch klein. Nur 5 % der Eisbär-Babys sind bei der Geburt größer als 40 cm. Von den Eisbär-Babys, die bei der Geburt größer als 40 cm sind, wiegen 75 % mehr als 700 g.

- c) Für ein zufällig ausgewähltes Eisbär-Baby werden die folgenden Ereignisse betrachtet:

L: „Das Eisbär-Baby ist bei der Geburt größer als 40 cm.“

M: „Das Eisbär-Baby wiegt bei der Geburt mehr als 700 g.“



Das nebenstehende Baumdiagramm stellt diesen Sachverhalt dar. Geben Sie die Werte von u und v an.

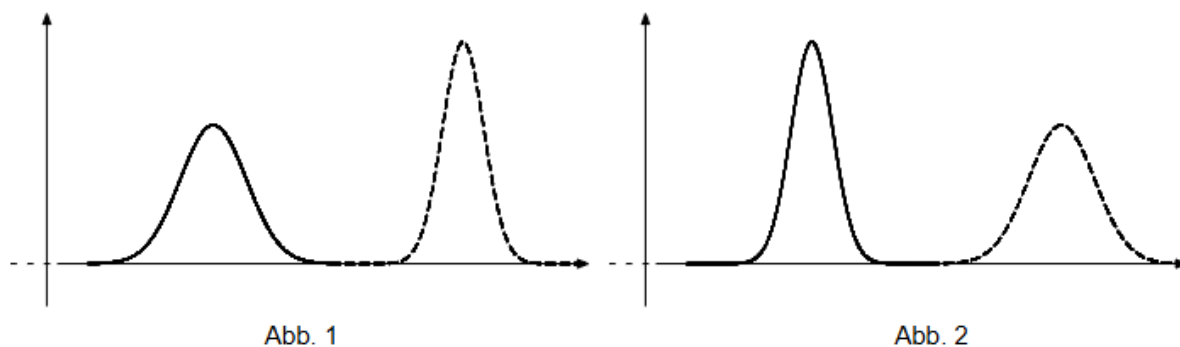
(2 BE)

- d) Unter den Eisbär-Babys, die bei der Geburt höchstens 40 cm groß sind, wiegt nur ein kleiner Teil bei der Geburt mehr als 700 g. Bestimmen Sie diesen Anteil. (4 BE)

Braunbären sind bei der Geburt im Durchschnitt leichter als Eisbären. Die Zufallsgröße Y beschreibt die Masse eines Braunbär-Babys bei der Geburt. Sie ist normalverteilt mit dem Erwartungswert μ_Y und der Standardabweichung $\sigma_Y = 25$ (alle Werte in Gramm).

- e) Ein Braunbär-Baby wird zufällig ausgewählt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass seine Masse bei der Geburt um höchstens 10 g vom Erwartungswert abweicht. Begründen Sie, dass man zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit den Wert von μ_Y nicht kennen muss. (2 BE)

- f) Eine der Abbildungen zeigt die Graphen der Dichtefunktionen von X und Y .



Geben Sie diese Abbildung an und begründen Sie Ihre Angabe. (2 BE)

Die Masse eines Panda-Babys bei der Geburt wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert 110 g angenommen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Panda-Baby bei der Geburt weniger als 100 g wiegt, beträgt 30 %.

- g) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von vier zufällig ausgewählten Panda-Babys bei der Geburt genau eines weniger als 100 g und genau eines mehr als 120 g wiegt. (5 BE)

Lösungen

Aufgabe III 2

a) $P(630 < X < 670) \approx 0,38$

- b) Zufallsexperiment: Es werden zufällig 5 Eisbärbabys ausgewählt und deren Masse bei Geburt betrachtet.

Der dargestellte Term entspricht der Bernoulli-Formel

$$\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)^1$$

Begründung: $p = P(X < 600)$ und $1-p = 1 - P(X < 600) = P(X \geq 600)$ und $\binom{5}{4} = 5$

Betrachtet wird somit das Ereignis, dass von den 5 Eisbärbabys genau 4 ein Gewicht von weniger als 600 Gramm bei der Geburt haben.

c) $P(\bar{L}) = P(\text{Eisbär-Baby ist höchstens 40 cm groß}) = 1 - 0,05 = 0,95$

Somit ist $u = 0,95$ $P_L(M) = 0,75$ (bedingte Wahrscheinlichkeit, dass ein Eisbär-Baby mehr als 700 g wiegt wenn man weiß, dass es größer als 40 cm ist)Somit ist $v = 0,75$.

d)

	L	$\bar{L}$	
M	3,75% *)	6,85%	10,6% **)
$\bar{M}$	1,25%	88,15%	89,4%
	5%	95%	100%

*) 75% von 5% sind 3,75%

**) $P(M) = P(X > 700) = 0,106 = 10,6\%$

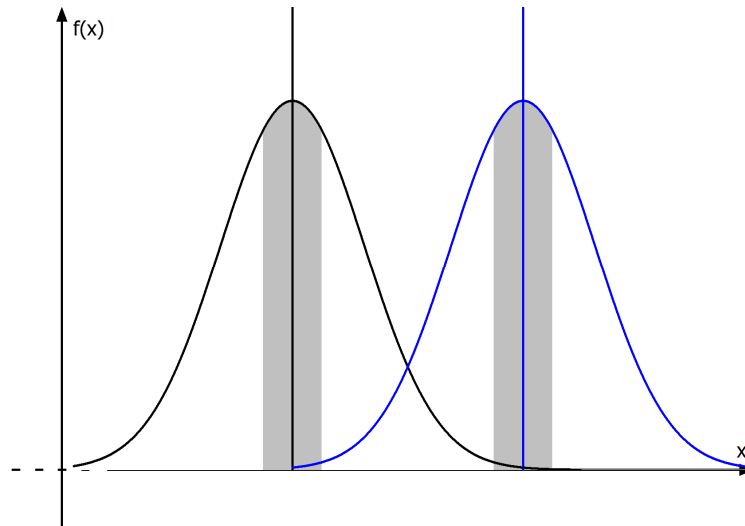
Gesucht ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{L}}(M)$.

$$P_{\bar{L}}(M) = \frac{P(\bar{L} \cap M)}{P(\bar{L})} = \frac{6,85\%}{95\%} = 0,072$$

Der Anteil beträgt ca. 7,2%.

- e) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit $P(\mu_Y - 10 \leq Y \leq \mu_Y + 10)$.

Die Wahrscheinlichkeit entspricht der Fläche zwischen der zugehörigen Dichtefunktion von Y und der x-Achse im Intervall $[\mu_Y - 10; \mu_Y + 10]$.



Durch die Änderung des Erwartungswertes wird das Schaubild der Dichtefunktion nur nach links bzw. rechts verschoben. Der Inhalt der grau markierten Fläche stellt die Wahrscheinlichkeit dar. Der Inhalt der Fläche ist unabhängig von der Höhe des Erwartungswerts immer gleich.

- f) Die Standardabweichung von X ist größer als von Y. Das bedeutet, dass das Schaubild der Dichtefunktion von X breiter ist und der Hochpunkt tiefer liegt als beim Schaubild der Dichtefunktion von Y.

Da laut der Aufgabenstellung Braunbären bei der Geburt im Durchschnitt leichter sind als Eisbären, gilt $\mu_Y < \mu_X$.

Somit kann nur Abbildung 2 stimmen.

- g) Die Zufallsgröße Z beschreibt das Gewicht des Panda-Babys. Z ist normalverteilt mit $\mu_Z = 110$ g.

Aufgrund der Symmetrie der Dichtefunktion von Z gilt:

$P(\text{ein Panda-Baby wiegt weniger als } 100\text{g}) =$

$P(\text{ein Panda-Baby wiegt mehr als } 120\text{g}) = 0,3.$

$P(\text{ein Panda-Baby wiegt zwischen } 100\text{g und } 120\text{ g}) = 1 - 0,6 = 0,4$

Um die gesuchte Wahrscheinlichkeit zu ermitteln benötigt man die Anzahl der möglichen Reihenfolgen, die auftreten können.

Es gibt $\binom{4}{2}$ Möglichkeiten, bei den 4 Panda-Babys die zwei Panda-Babys zu platzieren, die zwischen 100g und 120 g wiegen.

Für jede dieser Platzierungen gibt es wiederum zwei Möglichkeiten, die beiden Panda-Babys zu platzieren, die weniger als 100 g bzw. mehr als 120 g wiegen.

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt daher $0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,4^2 \cdot \binom{4}{2} \cdot 2 = 0,1728$.