

# **Hauptprüfung Abiturprüfung 2026 - Leistungsfach**

## **Baden-Württemberg**

### **Teil A - Pflichtaufgaben**

**Hilfsmittel: keine**

**allgemeinbildende Gymnasien**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

**Aufgabe P1: (1 BE und 4 BE)**

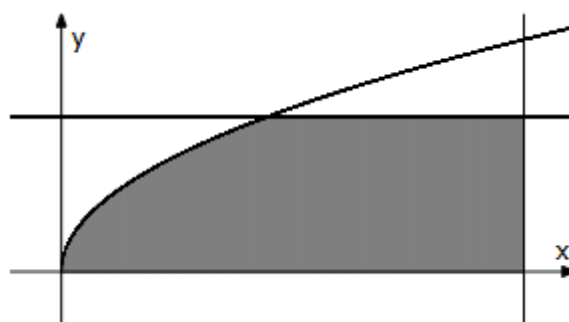
Für eine Zahl  $k > 0$  sind die in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = 2e^{k \cdot x}$  und  $g(x) = 2e^{-k \cdot x}$  gegeben.

- Geben Sie an, wie der Graph von  $f$  aus dem Graphen von  $g$  erzeugt werden kann.
- Die Graphen von  $f$  und  $g$  schneiden sich senkrecht. Bestimmen Sie  $k$ .

**Aufgabe P2: (1 BE und 4 BE)**

Die Abbildung zeigt zwei Geraden, die jeweils parallel zu einer der Koordinatenachsen verlaufen und sich im Punkt  $(9|6)$  schneiden, sowie den Graphen der in  $\mathbb{R}_0^+$  definierten Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3 \cdot \sqrt{x}$

- Weisen Sie nach, dass  $(4|6)$  der Schnittpunkt des Graphen von  $f$  mit einer der Geraden ist.
- Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Inhalt der markierten Fläche größer als 45 ist.

**Aufgabe P3: (2 BE und 3 BE)**

Gegeben sind die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  mit  $t \in \mathbb{R}$  und die Ebene

$$E: -2x_1 - x_2 + 2x_3 - 2 = 0.$$

- Begründen Sie, dass  $g$  senkrecht zu  $E$  steht, und zeigen Sie, dass der Punkt  $P(-4|2|-2)$  in  $E$  liegt.
- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes auf  $g$ , der zu  $E$  den Abstand 12 hat.

**Aufgabe P4: (1 BE und 4 BE)**

Ein Glücksrad ist in drei gleich große Sektoren unterteilt, von denen genau einer grün eingefärbt ist. Bei einem Spiel drehen Person A und Person B abwechselnd das Glücksrad. Diejenige Person, die zuerst die Farbe „Grün“ erzielt, gewinnt und das Spiel ist beendet. Hat jede der beiden Personen zweimal das Glücksrad gedreht, ohne dabei zu gewinnen, so endet das Spiel unentschieden. Person A dreht das Glücksrad zuerst.

- a) Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden kann, dass das Spiel unentschieden endet.
- b) Beurteilen Sie die folgende Aussage:  
*Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Person A gewinnt, beträgt das 1,5-Fache der Wahrscheinlichkeit dafür, dass Person B gewinnt.*

**Lösungen****Aufgabe P1:**

a) Es gilt  $g(-x) = f(x)$ .

Spiegelt man den Graphen von  $g$  an der  $y$ -Achse, entsteht der Graph von  $f$ .

b) Bedingungen für einen senkrechten Schnitt:

I)  $f(x) = g(x)$

II)  $f'(x) \cdot g'(x) = -1$

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad 2e^{kx} &= 2e^{-kx} \quad | :2 \\ \Leftrightarrow e^{kx} &= e^{-kx} \quad | \ln \\ \Leftrightarrow kx &= -kx \quad | +kx \\ \Leftrightarrow 2kx &= 0 \quad | :2k \\ \Leftrightarrow x &= 0 \end{aligned}$$

Die Schaubilder schneiden sich an der Stelle  $x = 0$ .

II) Es gilt  $f'(x) = 2k \cdot e^{kx}$  und  $g'(x) = -2ke^{-kx}$

Bedingung:  $f'(0) \cdot g'(0) = -1$

$$\Leftrightarrow 2k \cdot (-2k) = -1$$

$$\Leftrightarrow -4k^2 = -1$$

$$\Leftrightarrow k^2 = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow k = \frac{1}{2} \quad (\text{da } k > 0 \text{ ist})$$

Für  $k = \frac{1}{2}$  schneiden sich die Graphen senkrecht.

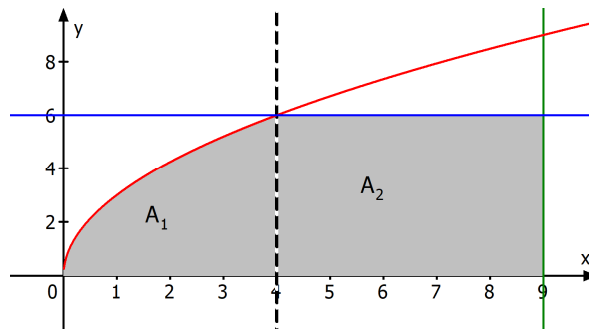
**Aufgabe P2:**

a) Aufgrund der angegebenen Punktkoordinaten ist bekannt, dass die waagrechte Gerade die Gleichung  $y = 6$  und die senkrechte Gerade die Gleichung  $x = 9$  hat.

Wegen  $f(4) = 3 \cdot \sqrt{4} = 6$  liegt der Punkt  $(4|6)$  auf dem Graphen von  $f$  und auch auf der waagrechten Geraden  $y = 6$ .

$(4|6)$  ist daher der Schnittpunkt des Graphen von  $f$  mit der waagrechten Geraden.

b)



Die markierte Fläche setzt sich aus zwei Teilflächen zusammen:

$$A_1 = \int_0^4 3\sqrt{x} dx = \int_0^4 3x^{\frac{1}{2}} dx = \left[ \frac{3}{1,5} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 = \left[ 2 \cdot \sqrt{x}^3 \right]_0^4 = 2 \cdot \sqrt{4}^3 - 0 = 16$$

$$A_2 = A_{\text{Rechteck}} = 5 \cdot 6 = 30$$

Die Gesamtfläche beträgt  $A = 16 + 30 = 46$  FE.

Die markierte Fläche ist daher größer als 45 FE.

### Aufgabe P3:

a) Der Richtungsvektor von  $g$  entspricht dem Normalenvektor der Ebene  $E$ :

$$\vec{u} = \vec{n}_E = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Daher steht  $g$  senkrecht auf  $E$ .

Einsetzen von Punkt  $P(-4|2|-2)$  in die Ebenengleichung:

$$-2 \cdot (-4) - 2 + 2 \cdot (-2) - 2 = 0 \text{ ist eine wahre Aussage}$$

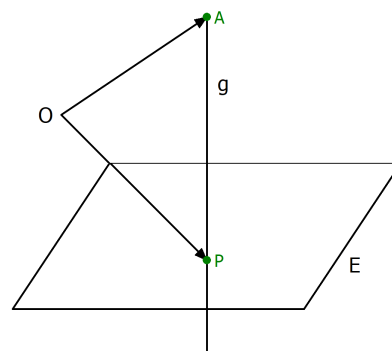
Daher liegt  $P$  auf der Ebene  $E$ .

b)

Zur Berechnung des gesuchten Punktes  $A$  wird der Einheitsvektor des Richtungsvektors  $\vec{u}$  von  $g$  benötigt.

$$\text{Es gilt } |\vec{u}| = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$$

$$\text{Einheitsvektor von } \vec{u}: \vec{u}_0 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Der gesuchte Punkt kann mit folgender Vektorgleichung bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} &= \overrightarrow{OP} + 12 \cdot \overrightarrow{u_0} \\ \overrightarrow{OA} &= \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Der gesuchte Punkt hat die Koordinaten A(-12|-2|6).

Alternative Rechnung:  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OP} - 12 \cdot \overrightarrow{u_0}$

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} - 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Der gesuchte Punkt hat die Koordinaten A(4|6|-10).

#### Aufgabe P4:

- a) Das Spiel endet unentschieden, wenn insgesamt viermal hintereinander kein grün gedreht wird.

Die Wahrscheinlichkeit, das bei einmaligem Drehen kein grün gedreht wird, beträgt  $\frac{2}{3}$ .

$$P(\text{viermal hintereinander kein grün}) = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

- b) P(Person A gewinnt)

$$= P(\text{grün}) + P(\text{nicht grün, nicht grün, grün}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{13}{27}$$

P(Person B gewinnt)

$$= P(\text{nicht grün, grün}) + P(\text{nicht grün, nicht grün, nicht grün, grün})$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{26}{81}$$

$$\text{Laut Aussage soll gelten: } 1,5 \cdot \frac{26}{81} = \frac{13}{27}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{26}{81} = \frac{13}{27}$$

Die Aussage ist wahr.