

Hauptprüfung Fachhochschulreife 2026

Baden-Württemberg

Wahlteil: Aufgabe 4 Analysis

Hilfsmittel: Merkhilfe und WTR

Berufskolleg

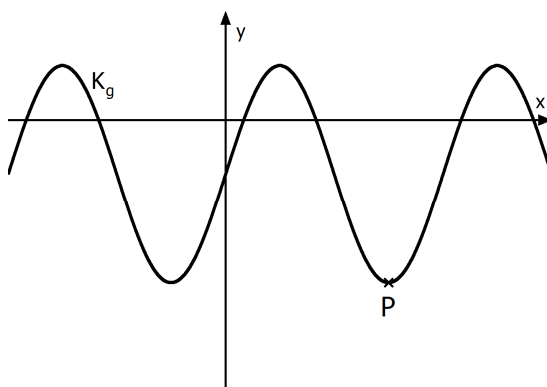
Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$, $x \in \mathbb{R}$. Ihr Schaubild ist K_f .

- 4.1 a) Berechnen Sie die Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte von K_f .
b) Geben Sie das Monotonieverhalten von f an.
c) Zeichnen Sie K_f für $0 \leq x \leq 4$. (10 Punkte)
- 4.2 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die K_f im Intervall $[1;4]$ mit der x -Achse einschließt. (4 Punkte)
- 4.3 Die Punkte $A(1|0)$, $B(u|0)$ und $C(u|f(u))$ bilden für $1 < u < 4$ ein Dreieck.
a) Zeichnen Sie das Dreieck für $u = 3$ in Ihr Koordinatensystem aus 4.1 ein.
b) Bestimmen Sie eine Zielfunktion, mit deren Hilfe der Flächeninhalt des Dreiecks bestimmt werden kann. (5 Punkte)

Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = 4 \cdot \sin(\pi x) - 2$; $x \in \mathbb{R}$. Ihr Schaubild ist K_g .



- 4.4 a) Beschreiben Sie, wie K_g aus dem Schaubild mit der Gleichung $y = \sin(x)$ entsteht.
b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts P . (5 Punkte)
- 4.5 Die Gerade t ist die Tangente an K_g im Wendepunkt mit dem kleinsten positiven x -Wert. Bestimmen Sie eine Gleichung von t . (4 Punkte)
- 4.6 Geben Sie eine von g verschiedene trigonometrische Funktion an, deren Schaubild alle Hochpunkte von K_g berührt. (2 Punkte)

Lösung

4.1

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

Es gilt $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ und $f''(x) = 6x - 12$

Bedingung für Extrempunkte: $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{6} = \frac{12 \pm 6}{6}$$

$$x_1 = 3 \text{ und } x_2 = 1$$

$$f''(1) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Maximumstelle bei } x = 1$$

Wegen $f(1) = 0$ lautet der Hochpunkt $H(1|0)$.

$$f''(3) = 6 > 0 \Rightarrow \text{Minimumstelle bei } x = 3$$

Wegen $f(3) = -4$ lautet der Tiefpunkt $T(3|-4)$.

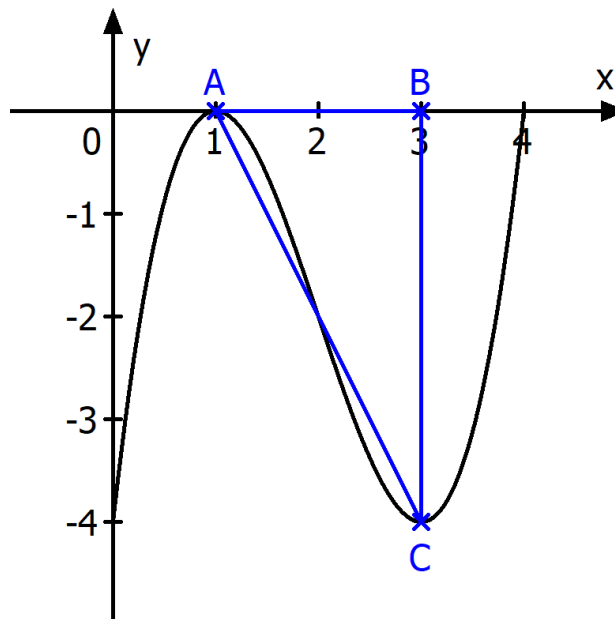
- b) Monotonieverhalten von f :
Aufgrund der Extrempunkte ergeben sich folgende Monotonieintervalle:

$]-\infty; 1[$: streng monoton steigend

$]1; 3[$: streng monoton fallend

$]3; +\infty[$: streng monoton steigend

- c) Zeichnung:



$$4.2 \quad \int_1^4 (x^3 - 6x^2 + 9x - 4) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 4x \right]_1^4 = -8 - (-1,25) = -6,75$$

Die eingeschlossene Fläche hat den Inhalt $A = 6,75$.

4.3

- a) Die Eckpunkte des Dreiecks haben für $u = 3$ folgende Koordinaten: $A(1|0)$ und $B(3|0)$ und $C(3|f(3))$, also $C(3|-4)$.

Das Dreieck ist in der Abbildung in Aufgabe 4.1 c) eingetragen.

- b) Formel für die Dreiecksfläche: $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}$

Es gilt $\overline{AB} = u - 1$ (rechter x-Wert minus linker x-Wert)

Es gilt $\overline{BC} = 0 - f(u) = -f(u)$ (oberer y-Wert minus unterer y-Wert)

$$\text{Zielfunktion: } A(u) = \frac{1}{2} \cdot (u - 1) \cdot (-f(u))$$

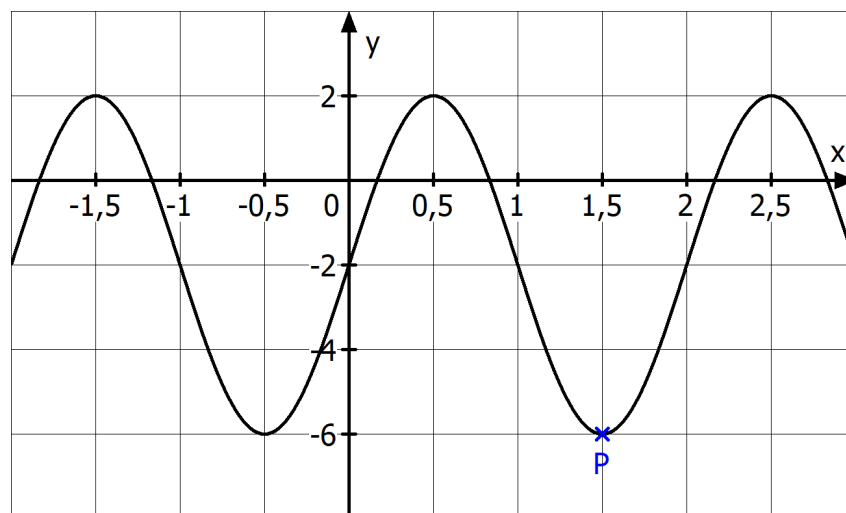
4.4

- a) Das Schaubild entsteht durch

- 1.) Streckung mit dem Faktor 4 in y-Richtung
- 2.) Streckung mit dem Faktor $\frac{1}{\pi}$ in x-Richtung
- 3.) Verschiebung um -2 in y-Richtung

- b) Skalierung der Koordinatenachsen anhand von folgenden Informationen:
Waagrechte Mittellinie ist auf der Höhe $y = -2$.

Die Amplitude ist 4 und die Periode ist $p = \frac{2\pi}{\pi} = 2$



Der markierte Punkt P hat die Koordinaten $P(1,5|-6)$.

- 4.5 Der Wendepunkt mit dem kleinsten positiven x-Wert hat laut dem Schaubild die Koordinaten $W(1|-2)$.

Ansatz für die Tangentengleichung: $y = mx + c$

Es gilt $g'(x) = 4 \cdot \cos(\pi x) \cdot \pi$

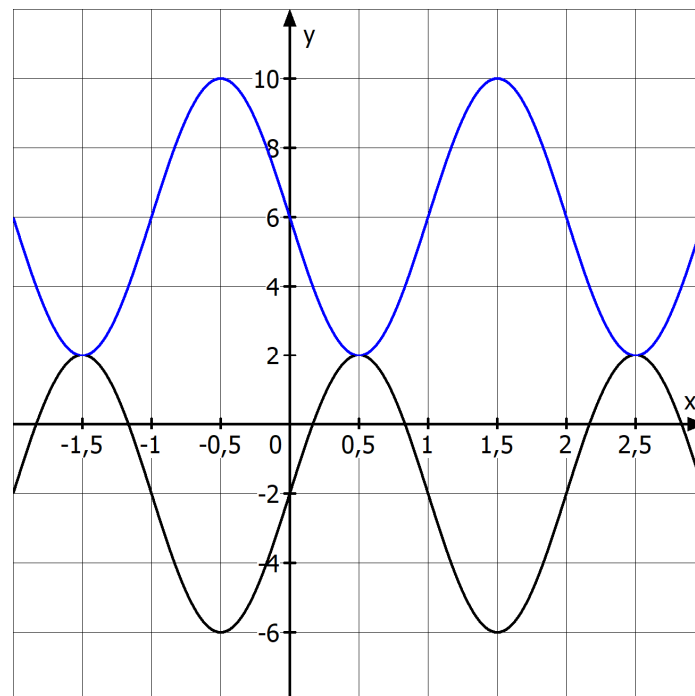
Steigung in W: $g'(1) = 4 \cos(\pi) \cdot \pi = -4\pi$

Einsetzen der Steigung und des Wendepunktes in die Tangentengleichung:

$$-2 = -4\pi \cdot 1 + c \Leftrightarrow c = 4\pi - 2$$

Tangentengleichung: $y = -4\pi \cdot x + 4\pi - 2$

- 4.6 Ein mögliches Schaubild der Funktion h ist eingezeichnet:



Die Höhe der Mittellinie der Funktion ist bei $y = 6$.

Die Amplitude ist 4 und es handelt sich um eine Minus-Sinusfunktion.

Die Periode von h stimmt mit der Periode von g überein.

Mögliche Funktionsgleichung: $h(x) = -4 \sin(\pi \cdot x) + 6$