

Hauptprüfung Fachhochschulreife 2026

Baden-Württemberg

Pflichtteil

Hilfsmittel: keine

Berufskolleg

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Lösung

1.1 a) Bedingung für Nullstelle: $f(x) = 0$

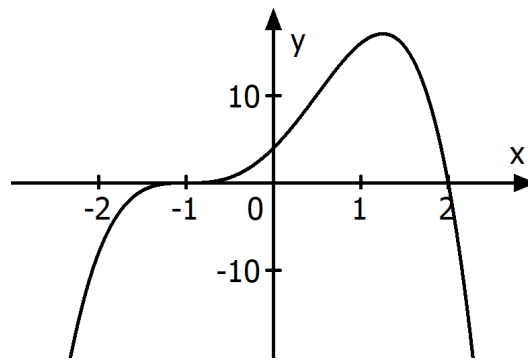
$$-2(x+1)^3 \cdot (x-2) = 0 \quad \text{Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt}$$

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad (\text{Art: dreifache Nullstelle})$$

$$x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \quad (\text{Art: einfache Nullstelle})$$

b) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = 4$, somit ist $S_y(0 | 4)$.

c) Skizze: (anhand der Lage und Art der Nullstellen und mit Hilfe des Schnittpunktes mit der y-Achse)



1.2 $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$ Lösung mit Substitution: $e^x = z$

$$\text{Daraus folgt: } z^2 - 6z + 8 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}; \text{ daraus folgt } z_1 = 4 \text{ und } z_2 = 2$$

$$\text{Rücksubstitution: } e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln(2)$$

$$e^x = 4 \Leftrightarrow x = \ln(4)$$

$$1.3 \quad \int_{-1}^2 x^3 dx = \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_{-1}^2 = \frac{1}{4} \cdot 2^4 - \frac{1}{4} \cdot (-1)^4 = 4 - \frac{1}{4} = 3,75$$

$$1.4 \quad g(x) = 6x + 3e^{-2x}$$

$$\text{Bedingung für eine waagrechte Tangente: } g'(x) = 0$$

$$\text{Es gilt } g'(x) = 6 - 6e^{-2x}$$

$$6 - 6e^{-2x} = 0 \Leftrightarrow 6e^{-2x} = 6 \Leftrightarrow e^{-2x} = 1 \Leftrightarrow -2x = \ln(1) \Leftrightarrow x = \frac{\ln(1)}{-2} = 0$$

1.5 a) Einsetzen von $x = 2$, $y = -2$ und $z = 3$ in das LGS ergibt:

$$\begin{array}{rclcl} 2 & +(-2) & +3 & = & 3 \\ -2 & +(-2) & +6 & = & 2 \\ 2 \cdot (-2) & +3 \cdot 3 & = & 5 & \end{array}$$

Alle Gleichungen liefern eine wahre Aussage, daher ist $x = 2$, $y = -2$ und $z = 3$ eine Lösung des LGS.

$$\begin{array}{rclcl} x & +y & +z & = & 3 & (1) \\ -x & +y & +2z & = & 2 & (2) \\ & 2y & +3z & = & 5 & (3) \end{array}$$

b) Das LGS muss zunächst auf eine Stufenform gebracht werden:

$$\begin{array}{rclcl} (1) & x & +y & +z & = & 3 & (1^*) \\ (1)+(2) & & 2y & +3z & = & 5 & (2^*) \\ (3) & & 2y & +3z & = & 5 & (3^*) \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} (1^*) & x & +y & +z & = & 3 \\ (2^*) & & 2y & +3z & = & 5 \\ (2^*)-(3^*) & & & & 0 & = & 0 \end{array}$$

Da die dritte Zeile des LGS $0 = 0$ ist, die für die weitere Berechnung ignoriert werden kann, bleiben im LGS noch 2 Gleichungen mit 3 Variablen übrig. Daraus folgt, dass das LGS unendlich viele Lösungen besitzt.

1.6 Aufgrund der Symmetrie des Schaubildes halbiert die y-Achse die Fläche.

Es gilt $\int_0^{\pi/2} h(x) dx = 1$.

Die Flächenanteile unterhalb der x-Achse werden bei einem Integral negativ gewertet, da sodass $\int_{\pi}^{3\pi} h(x) dx = 0$ ergibt. Daher muss $u = \frac{7\pi}{2}$ sein, damit das Integral das geforderte Ergebnis -1 besitzt.

1.7 durchschnittliche Änderungsrate: $\frac{h(2\pi) - h(-\pi)}{2\pi - (-\pi)} = \frac{1 - (-1)}{3\pi} = \frac{2}{3\pi}$