

Aufgaben zu Potenzen

Gymnasium

Klasse 9 / 10

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Januar 2020

1. Vereinfachen von Potenztermen

Aufgabe 1:

Vereinfache die folgenden Ausdrücke:

a) $7^{-2} : 7^{-4}$ b) $9^{-4} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3}$ c) $\frac{a^6}{b^{m+3}} : \frac{a^8}{b^{m+4}}$ d) $\frac{14^3 \cdot 15^5}{25^5 \cdot 28^4}$
 e) $\frac{27^6 - 3^{15}}{6 \cdot 3^{12}}$

Aufgabe 2:

Schreibe als Potenz einer Primzahl.

a) 49^5 b) $\sqrt[5]{8}$ c) $\sqrt[4]{\frac{1}{25}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}$

Aufgabe 3:

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $2^{\frac{1}{3}} - 16^{\frac{1}{3}} + 54^{\frac{1}{3}}$ b) $25 \cdot 2^{n+2} + 28 \cdot 2^n$ c) $\frac{32 \cdot 2^{n-4}}{2^{n-1}}$ d) $\sqrt[3]{a^5 b} \cdot \sqrt[3]{ab^2}$

Aufgabe 4:

Kürze und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{(10a)^{21} \cdot 6^{27}}{81^7 \cdot (400a^2)^{11}}$ b) $\frac{49^4 \cdot 12^9}{(6^2 \cdot 14^3)^3 \cdot 27}$ c) $\frac{16 \cdot 3^5 \cdot 25^8}{(15^3 \cdot 4)^2 \cdot 5^9}$ d) $\frac{(2^4 \cdot 15^3)^2}{5^8 \cdot 7^2 \cdot 12^6}$
 e) $\frac{a^{-3} \cdot b^7 \cdot c^5}{a^2 \cdot b^{-4} \cdot c} : \frac{a \cdot b^{-5} \cdot c^2}{a^8 \cdot b^{-2} \cdot c^{-1}}$ f) $\frac{(3^5 \cdot 5^4 \cdot 22^3)^2 \cdot 2^5}{11^5 \cdot 6^{11} \cdot 25^4}$ g) $\frac{(21^2 \cdot a^3)^5}{(7^5 \cdot a^4)^2}$
 h) $\frac{3 \cdot 4^{x+2} - 4^{x+3}}{20 \cdot 4^{x+1}}$ i) $\frac{6 \cdot (3xy^2)^3}{(9x^2y^3)^2}$ j) $\frac{a^x - a^{x+2}}{a^{x+1} - a^x}$
 k) $\left[\frac{b^3}{a^{n-2}} : \frac{b^5}{c^{2n}} \right] : \frac{c^{2n}}{a^{n+3}}$ l) $\frac{4^n \cdot 25^{n+1}}{10^{2n+1}}$ m) $\frac{a^{-5} \cdot b^2}{c^{-2} \cdot a^3} : \frac{c^4 \cdot b^3}{b \cdot a^8}$
 n) $\frac{(a^2c)^2}{a^2c^2 + bc^2} - \frac{b^2}{a^2 + b}$ o) $\frac{4^{n+1} + 12 \cdot 4^n}{4^{n+2} - 4^{n+1}}$ p) $\frac{20 \cdot 5^{n+2} + 25 \cdot 5^{n+1}}{(\sqrt[4]{25})^{2n}}$
 q) $\frac{5^{n+2} + 2 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n - 5^{n+1}}$ r) $\frac{b^3 - a^2b}{2ab + 2b^2}$

Aufgabe 5:

Vereinfache so weit wie möglich:

a) $24 \cdot 2^{n+1} - 3 \cdot 2^{n+4}$ b) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{a^5}$ c) $\sqrt[4]{ab^3} \cdot \sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[6]{a^5b^{-4}}$

Aufgabe 6:

Vereinfache die Rechenausdrücke.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{(3x^5y^{-2})^3}{(27x^{-1}y^3)^{-1}} & \text{b) } (5x)^{\frac{1}{2}} : \sqrt[3]{25x^2} & \text{c) } \frac{(u-v)^{-2} \cdot (u+v)^{-1}}{(u^2-v^2)^{-2} \cdot (u+v)} \\ \text{d) } \frac{4x^n - x^{n+2}}{x^{n+1} + 2x^n} & \text{e) } \sqrt[4]{3^{2n+8}} - 2 \cdot \sqrt[4]{3^{2n+4}} & \end{array}$$

Aufgabe 7:

Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 7 \cdot 5^{n+1} - 16 \cdot 5^n - 92 \cdot 5^{n-1} & \text{b) } \left(\frac{3a^{-2}b^3}{4a^3b^{-2}} \right)^2 : \left(\frac{2b^{-4}}{3a^{-2}} \right)^{-3} & \text{c) } a^{-n}b^{-2} \cdot a^{2n}b^n \\ \text{d) } \frac{a^{n-1}b^{-n}}{a^{1-2n}b^n} & \text{e) } \frac{28a^2b^{-1}c^{-2}}{14a^3b^{-2}c} & \text{f) } \frac{x^{4n+5}}{x^{6-5n}} \end{array}$$

Aufgabe 8:

Fasse zusammen und vereinfache so weit wie möglich:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{a^2b^{-5}}{c^{-3}d} \cdot \frac{c^{-3}d^2}{a^{-2}b^{-8}} & \text{b) } (4a^{3n-2} \cdot 3 \cdot a^{6-2n}) : 6a^{n+3} & \text{c) } \left(\frac{3x^2y^{-5}}{2a^{-3}b^{-1}} \cdot \frac{a^{-4}b^5}{x^{-3}y^{-2}} \right) : \frac{x^4y^{-3}}{6ab^2} \\ \text{d) } \frac{(9-4a^2)^n}{(3-2a)^n} & \text{e) } \frac{(a-1)^n}{(1-a)^n} & \text{f) } \left(\frac{34ax^2}{23b^2y^2} \right)^3 : \left(\frac{-68ax^4}{23b^3y} \right)^3 \end{array}$$

Aufgabe 9:

Schreibe als Produkt:

$$\text{a) } a^{x+4} - a^{x+2} \quad \text{b) } x^{2m+1} - 18x^{2m-3} + 81x^{2m-7} \quad \text{c) } 2x^{6m} - 72$$

Aufgabe 10:

Vereinfache die Terme so weit wie möglich:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (x^{n-1} + x^{1-n})^2 & \text{b) } \frac{1}{3a^n} - \frac{1}{a^{n+1}} + \frac{1}{a^n} \\ \text{c) } \frac{2x+1}{x^{2n-2}} + \frac{1-x}{x^{2n-1}} - \frac{2x^4-1}{x^{2n+1}} & \text{d) } \frac{2a^3-2a^2+1}{a^{n+1}} - \frac{a^5}{a^{n+3}} - \frac{a-2}{a^{n-1}} \\ \text{e) } \frac{x^{m-1} + 6x^{m-2} + 9x^{m-3}}{x^{m-2} + 6x^{m-3} + 9x^{m-4}} & \text{f) } \frac{a^{m-1} - 2a^m + a^{m+1}}{a^{m+1} - a^m} \\ \text{g) } \frac{a^4 - a^5}{a^5 - a^4} & \text{h) } \frac{-y^{k+2} + 2y^{k+1} - y^k}{y^{k+2} - y^k} \\ \text{i) } \frac{3a^2+1}{a^{3n+1}} - \frac{2a-1}{a^{3n}} - \frac{1}{a^{3n-1}} & \text{j) } (x^{2n+1} - 3x^{1+n})^2 \end{array}$$

$$k) \frac{x^{n+2} - x^n}{x^n - 2x^{n-1} + x^{n-2}}$$

$$l) 16 \cdot 2^{n-2} + 20 \cdot 2^{n-1} + 18 \cdot 2^n$$

$$m) \frac{a^2}{(a+1)^3} - \frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{1}{a+1}$$

$$n) \left(\frac{x-2y}{y^2} + \frac{1}{x} \right) : \frac{x-y}{xy^2}$$

Aufgabe 11:

Vereinfache die Wurzelausdrücke:

$$a) \sqrt{400} - 8 \cdot \sqrt[5]{32} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{216} - 6 \cdot \sqrt[4]{256}$$

$$b) 8 \cdot \sqrt[8]{a^4} - 5 \cdot \sqrt[6]{a^3} - 2 \cdot \sqrt[4]{a^2}$$

$$c) \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}}$$

2. Potenzfunktionen**Aufgabe 12:**

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -0,25x^4$ und $g(x) = a \cdot x^3$ mit $a \in \mathbb{R}$.

Die zugehörigen Schaubilder schneiden sich im Ursprung und in $S(3|y)$.

- Zeichne das Schaubild von f im Bereich von $-2 \leq x \leq 2$.
- Für welche Werte von x gilt $f(x) = -10$?
- Berechne den Wert von a .

Aufgabe 13:

Auf dem Schaubild der Potenzfunktion $f(x) = a \cdot x^n$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$

liegen die Punkte $A(3|9)$ und $B(1|\frac{1}{3})$. Bestimme die Werte von a und n .

Bestimme b so, dass $C(5|b)$ auf dem Schaubild der Funktion liegt.

Aufgabe 14:

Das Schaubild einer Funktion $f(x) = a \cdot x^r$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $r \in \mathbb{N}$ geht durch die Punkte

$P(2|\frac{8}{3})$ und $Q(3|9)$. Berechne a und r .

Aufgabe 15:

Von einer Funktion $f(x) = a \cdot x^n$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ ist bekannt, dass ihr Schaubild durch die Punkte $A(1|2)$ und $B(2|16)$ geht.

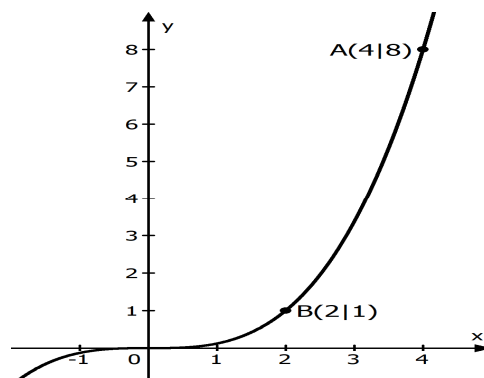
- Bestimme die Funktionsgleichung von f .
- Ein Punkt $(x|y)$ mit $x \geq 0$ wandert auf dem Schaubild so, dass sein x -Wert um 20% zunimmt. Wie wirkt sich dies auf seinen y -Wert aus?
- Ein Punkt $(x|y)$ mit $x \geq 0$ wandert auf dem Schaubild so, dass sein x -Wert um 10% abnimmt. Wie wirkt sich dies auf seinen y -Wert aus?

Aufgabe 16:

Gegeben ist das Schaubild der Funktion $f(x) = a \cdot x^n$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$.

Bestimme a und n mit Hilfe des Schaubildes.

In welchem Punkt schneidet das Schaubild die Gerade $y = -64$?

**Aufgabe 17:**

Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{3}x^3$ für $x \in \mathbb{R}$.

a) Zeichne das Schaubild im Bereich $-2,5 \leq x \leq 2,5$.

b) Bestimme die x -Werte derjenigen Kurvenpunkte, die im Streifen zwischen den Geraden $y = -\frac{8}{3}$ und $y = \frac{8}{3}$ liegen.

c) Beschreibe die Kurvenpunkte, deren Abstand von der x -Achse mindestens $\frac{125}{24}$ beträgt.

Aufgabe 18:

Das Schaubild der Funktion $f(x) = c \cdot x^n$ mit $c \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ enthält die Punkte $A(-1|-0,25)$ und $B(2|2)$.

a) Ermittle die Werte von c und n .

b) Auf dem Schaubild dieser Funktion liegt der Punkt $C(3|?)$. Berechne seine Koordinaten

c) Wir betrachten den Punkt $P(x|y)$ mit $x > 0$.

Dieser Punkt wandert auf dem Schaubild so, dass sein x -Wert um 10% zunimmt. Um wie viel Prozent ändert sich dann sein y -Wert?

3. Potenzgleichungen und Wurzelgleichungen**Aufgabe 19:**

Löse die folgenden Gleichungen:

- a) $x^4 = 625$ b) $343 + x^3 = 0$ c) $x^3 - 23 = -13$ d) $10^3 \cdot x^5 = 10^{-2}$
 e) $5x^3 - 20 = 7 - 3x^3$ f) $65 - 53x^2 = 16 + 47x^2$ g) $1,2x^5 + 0,00243 = 0,2x^5$

Aufgabe 20:

Gib die Lösungsmenge an.

- a) $\sqrt{x} - 4 = -3$ b) $\sqrt{4x - 5} - 6 = 0$ c) $5 - \sqrt{x - 6} = 2$
 d) $\sqrt{4 - x} = x + 2$ e) $\sqrt{3x + 1} - x + 3 = 0$

4. Normdarstellung und Textaufgaben

Aufgabe 21:

Schreibe in Normdarstellung (also in der Form $a \cdot 10^z$ mit $1 \leq a < 10$).

- a) $0,000134 \cdot 10^{-111}$ b) $5678 \cdot 10^{-1001}$

Aufgabe 22:

Schreibe zunächst in Normdarstellung und dann zusätzlich in der in Klammern angegebenen Einheit.

- a) Durchmesser einer Grünalge: 0,007 mm [m]
b) Lichtgeschwindigkeit: 300.000 km/s [m/s]
c) Durchmesser rotes Blutkörperchen: $0,7 \cdot 10^{-3}$ cm [m]
d) Fassungsvermögen einer Talsperre: 199,3 Mio Kubikmeter [Liter]

Aufgabe 23:

Weltweit werden jährlich 710 000 000 000 Hühnereier produziert. Sie sollen in handelsüblichen Zehnerpacks mit je 6 cm Höhe verpackt werden. Wie hoch wäre ein Stapel aus allen Zehnerpacks (in km angegeben), wenn man sie übereinander schichten könnte?

Aufgabe 24:

Eine Person besitzt 4,8 Liter Blut. In 1 ml Blut befinden sich $5 \cdot 10^6$ rote Blutkörperchen.

Ein solches Blutkörperchen hat eine Länge von etwa $6,4 \cdot 10^{-6}$ Meter.

Wie lang (in km angegeben) wäre die Strecke, wenn man alle roten Blutkörperchen hintereinander aufreihen würde?

Aufgabe 25:

Ein Wasserstoffmolekül hat etwa die Masse $3,34 \cdot 10^{-27}$ kg und den Durchmesser $1 \cdot 10^{-10}$ m.

In einer Gasflasche befinden sich 100,0g Wasserstoff unter hohem Druck.

- a) Wie viele Wasserstoffmoleküle sind in dieser Gasflasche?
b) Angenommen, man könnte alle diese Wasserstoffmoleküle in einer Reihe nebeneinander legen. Wie lang wäre diese Molekülkette?

Aufgabe 26:

Bei Erkrankungen der Atemwege verwendet man auch Dosier-Sprays, bei denen mit jedem Sprühstoß dieselbe Menge Wirkstoff abgegeben wird. Eine solche Spraydose enthält eine Lösung mit $5,0 \cdot 10^{-2}$ g Wirkstoff. Der Inhalt reicht für 400 Sprühstöße.

Wie viel Gramm Wirkstoff sind in einem Sprühstoß enthalten?

Bei jedem Sprühstoß werden $3,4 \cdot 10^8$ Wirkstoffpartikel freigesetzt. Welche Masse hat ein derartiges Partikel?

Aufgabe 27:

Wenn man die Zahlen $u = (10^{10})^{10}$ und $v = 10^{(10^{10})}$ ausschreibt, beginnen sie mit einer 1, danach kommen viele Nullen. Wie viele Stellen haben die Zahlen u bzw. v?

Ein Drucker gibt 150 Ziffern pro Sekunde aus. Wie lange braucht er ungefähr, um die ausgeschriebenen Zahlen u bzw. v zu drucken?

Aufgabe 28:

Eine Goldfolie hat den Flächeninhalt $0,5 \text{ m}^2$ und ist $0,10 \text{ mm}$ dick. Eine Maschine walzt diese Folie auf eine gleichmäßige Dicke von $3,2 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ aus, wobei sich das Goldvolumen nicht ändert. Welchen Flächeninhalt hat die Folie jetzt?

Aufgabe 29:

In 150 g eines Farbstoffes sind $6 \cdot 10^{23}$ Farbmoleküle enthalten. Von diesem Farbstoff wird 1 g in den Bodensee gegeben, der ca. $5 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$ Wasser enthält.

Im Laufe der Zeit verteilt sich der Farbstoff gleichmäßig.

Wie viele Farbmoleküle befinden sich dann in einem Liter Wasser?

Aufgabe 30:

Das Volumen der Sonne beträgt etwa $1,410 \cdot 10^{18} \text{ km}^3$, das der Erde etwa $1,083 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$. Wie viele Erdkugeln hätten zusammen das Volumen der Sonne?

Die mittlere Entfernung zwischen Erde und Sonne beträgt $1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$.

Das Licht legt in der Sekunde $2,998 \cdot 10^8 \text{ m}$ zurück.

Berechne, wie viele Minuten das Licht für den Weg von der Sonne zur Erde braucht.

Aufgabe 31:

Um die große Anzahl der Moleküle, die in einem Esslöffel Zucker enthalten sind, zu veranschaulichen, machen wir folgende Rechnung:

1 Esslöffel Zucker (11 g) wird ins Meer geschüttet; der Zucker soll sich auf die gesamten Weltmeere gleichmäßig verteilen.

342 g Zucker bestehen aus $6,023 \cdot 10^{23}$ Molekülen.

Die Weltmeere haben ein Volumen von etwa $1,3 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$.

Wie viele Zuckermoleküle enthält dann 1 Liter Meerwasser?