Hauptprüfung Abiturprüfung 2025
Grundlegendes Anforderungsniveau (gAn)

Baden-Württemberg

Teil A - Pflichtaufgaben

Hilfsmittel: keine

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

1 Analysis (5 BE)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=x^3+3x^2,\ x\in\mathbb{R}$.
K ist der Graph der Funktion.

Berechnen Sie
- die Koordinaten des Hoch- und des Tiefpunkts von K und
- die Steigung von K im Wendepunkt.

2 Stochastik (3 BE und 2 BE)

In einer Urne befinden sich drei rote und zwei gelbe Kugeln sowie eine blaue Kugel. Aus dieser Urne werden nacheinander zufällig zwei Kugeln gezogen, ohne sie zurückzulegen, und ihre Farben werden jeweils notiert.

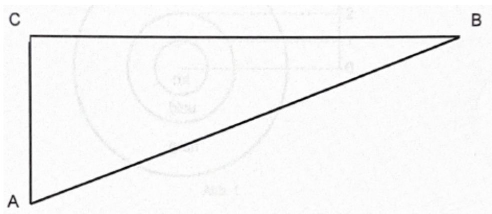
a) Stellen Sie die Situation durch ein geeignetes beschriftetes Baumdiagramm dar.
b) Formulieren Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit $1-\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}$ berechnen lässt.

3 Lineare Algebra (2 BE und 3 BE)

Die Punkte A(5|-1|2), B(9|2|12) und C(3|-2|4) sind die Eckpunkte eines Dreiecks ABC.

a) Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel besitzt.

b) Die abgebildete Skizze stellt das Dreieck ABC dar.



Nun wird ein Punkt P hinzugefügt, sodass dieser zusammen mit A, B und C die Eckpunkte eines Parallelogramms bildet.

- Übernehmen Sie die Skizze auf Ihr Lösungsblatt und erweitern Sie diese um einen möglichen Punkt P.
- Bestimmen Sie mögliche Koordinaten des Punktes P so, dass das Parallelogramm kein Rechteck ist.

Lösungen

1 Analysis

Koordinaten des Hoch- und des Tiefpunkts:

Hinreichende Bedingung für Extrempunkte: $f'(x)=0$ und $f''(x)\neq 0$

Mit $f(x)=x^3+3x^2$ folgt $f'(x)=3x^2+6x$ und $f''(x)=6x+6$

$3x^2+6x=0 \Leftrightarrow x\cdot(3x+6)=0$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt
Gleichung I): $x_1=0$
Gleichung II): $3x+6=0 \Leftrightarrow x_2=-2$

$f''(0)=6>0 \Rightarrow$ Tiefpunkt $T(0\,|\,f(0))$ bzw. $T(0\,|\,0)$
$f''(-2)=-6<0 \Rightarrow$ Hochpunkt $H(-2\,|\,f(-2))$ bzw. $H(-2\,|\,4)$

Steigung im Wendepunkt:

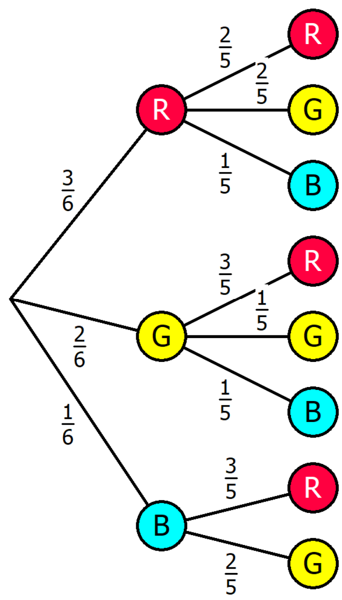
Hinreichende Bedingung für Wendepunkte: $f''(x)=0$ und $f'''(x)\neq 0$
Es gilt $f'''(x)=6$

$6x+6=0 \Leftrightarrow x=-1$
$f'''(-1)=6\neq 0 \Rightarrow$ Wendestelle bei x = -1

Steigung im Wendepunkt: $f'(-1)=-3$

2 Stochastik

a) Baumdiagramm:



b) Der Term $\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}$ gibt die Wahrscheinlichkeit für 2 rote Kugeln an.

Der Term $\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}$ gibt die Wahrscheinlichkeit für 2 gelbe Kugeln an.

Der Term $1-\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass weder 2 rote noch 2 gelbe Kugeln gezogen werden.

Oder anders formuliert: Der Term $1-\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass zwei verschiedenfarbige Kugeln gezogen werden.

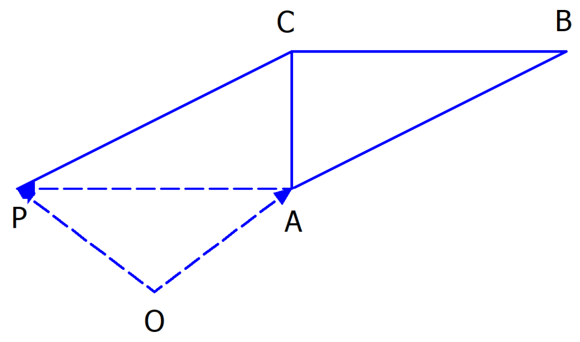
3 Lineare Algebra

a) Nachweis rechter Winkel im Punkt C:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} = 12 + 4 - 16 = 0$$

Da das Skalarprodukt Null ergibt, schließen die Vektoren einen rechten Winkel ein.
Somit besitzt das Dreieck im Punkt C einen rechten Winkel.

b) Ergänzung des Dreiecks um einen Punkt P, so dass das Viereck ABCP ein Parallelogramm ist.



Das Parallelogramm in der Skizze ist kein Rechteck, so dass dieses Parallelogramm für die Berechnung von P genutzt werden kann.

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Ein möglicher Punkt wäre P(-1|-5|-6).