

Hauptprüfung Fachhochschulreife 2025

Baden-Württemberg

Pflichtteil

Hilfsmittel: keine

Berufskolleg

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Aufgabe 1:

1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f mit $f(x) = x^4 - 6x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

(4 Punkte)

1.2 Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_{-1}^1 (5x^4 + 1)dx$

(4 Punkte)

1.3 Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

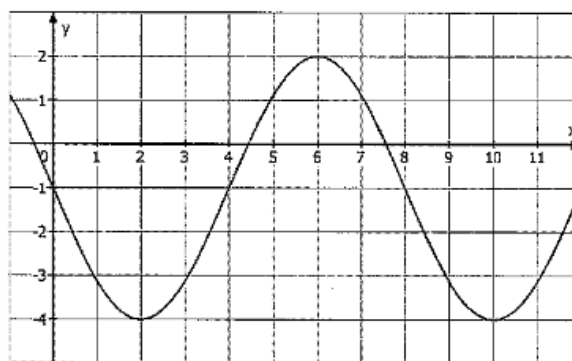
$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1$$

(6 Punkte)

1.4

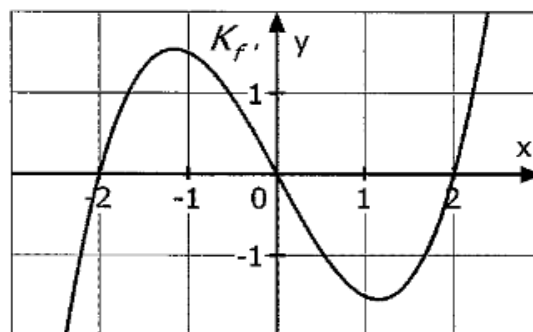
Gegeben ist das Schaubild einer trigonometrischen Funktion. Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm.



(4 Punkte)

1.5

Gegeben ist das Schaubild $K_{f'}$ einer Ableitungsfunktion f' . Beurteilen Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.



- (1) Das Schaubild von f hat an der Stelle $x = 2$ einen Hochpunkt.
- (2) Das Schaubild von f hat genau zwei waagrechte Tangenten.
- (3) $K_{f'}$ ist auch das Schaubild der Ableitungsfunktion $f(x) + 2$.
- (4) Es gibt eine Funktion f mit $f(x) > 0$ für alle x .

(8 Punkte)

1.6 Betrachtet wird das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = e^x$, $x \in \mathbb{R}$.

Weisen Sie nach, dass eine Verschiebung des Schaubildes um 1 nach links gleichbedeutend mit einer Streckung in y -Richtung ist.

(4 Punkte)

Lösung**1.1 Bedingung für Nullstelle: $f(x) = 0$**

$$x^4 - 6x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 \cdot (x^2 - 6) = 0 \quad \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$\text{Gleichung I): } x^2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 0$$

$$\text{Gleichung II): } x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x_{3,4} = \pm\sqrt{6}$$

$$1.2 \quad \int_{-1}^1 (5x^4 + 1) dx = \left[x^5 + x \right]_{-1}^1 = 1^5 + 1 - ((-1)^5 - 1) = 2 - (-2) = 4$$

1.3

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \quad (1)$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \quad (2)$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \quad (3)$$

$$(1) \quad 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \quad (1^*)$$

$$(1) - 2 \cdot (2) \quad 5x_2 - 3x_3 = 1 \quad (2^*)$$

$$3 \cdot (1) - 2 \cdot (3) \quad -x_2 + x_3 = 1 \quad (3^*)$$

$$(1^*) \quad 2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$(2^*) \quad 5x_2 - 3x_3 = 1$$

$$(2^*) + 5 \cdot (3^*) \quad 2x_3 = 6$$

Aus der dritten Zeile folgt: $x_3 = 3$

Aus der zweiten Zeile folgt: $5x_2 - 9 = 1 \Leftrightarrow x_2 = 2$

Aus der ersten Zeile folgt: $2x_1 + 2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 1$

1.4 Da das Schaubild auf der y-Achse einen Wendepunkt mit einer negativen Steigung besitzt, handelt es sich um eine „Minus-Sinusfunktion“.

Ansatz: $f(x) = a \cdot \sin(bx) + d$ mit $a < 0$

Es gilt $y_{\text{Hochpunkt}} = 2$ und $y_{\text{Tiefpunkt}} = -4$

Höhe der Mittellinie: $d = \frac{2 + (-4)}{2} = -1$ $d = -1$

Die Amplitude beträgt $\frac{2 - (-4)}{2} = 3$, also ist $a = -3$.

Die Periode ist $p = 8$ (Abstand zweier benachbarter Tiefpunkte).

$$\text{Daraus folgt } b = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Funktionsgleichung: } f(x) = -3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1$$

- 1.5 (1): Falsch, da bei $x = 2$ das Schaubild K_f eine Nullstelle mit einem Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$ besitzt. Es müsste eine Nullstelle mit einem VZW von $+$ nach $-$ vorliegen.
- (2): Falsch: Die Funktion f' hat drei Nullstellen, also besitzt das Schaubild von f drei waagrechte Tangenten.
- (3): Wahr, da die Ableitung von $f(x) + 2$ wieder $f'(x)$ ergibt (der Term $+2$ fällt beim Ableiten weg)
- (4): Wahr, da die Funktion f' eine Polynomfunktion vom Grad 3 ist. Die Stammfunktion f ist somit eine Polynomfunktion vom Grad 4. Das Schaubild von f verläuft „w-förmig“. Durch die geeignete Wahl einer Integrationskonstanten C kann das Schaubild von f beliebig weit nach oben verschoben werden, so dass $f(x) > 0$ ist für alle x .
- 1.6 Verschiebung des Schaubildes von g um 1 nach links: $g(x+1) = e^{x+1}$
 Es gilt $e^{x+1} = e^x \cdot e^1 = e \cdot e^x$
- Wegen $e \cdot e^x = e \cdot g(x)$ entspricht der Faktor e einer Streckung in y -Richtung mit dem Faktor e .