

**Hauptprüfung Abiturprüfung 2024
grundlegendes Anforderungsniveau (gAn)**

Baden-Württemberg

Teil B – Stochastik Aufgabensatz 2

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

2 Stochastik (a) 2 BE b) 4 BE c) 3 BE d) 2 BE e) 4 BE f) 5 BE)

Man kann annehmen, dass 20% aller Frauen bevorzugt die linke Hand zum Beispiel zum Schreiben und Werfen verwenden.

Es werden mehrere Frauen befragt.

a) Nennen Sie zwei Voraussetzungen, die erfüllt sein müssen, damit eine Zufallsgröße binomialverteilt ist.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Von 3 befragten Frauen ist keine Linkshänderin.

B: Von 5 befragten Frauen sind genau 2 Linkshänderinnen.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses:

C: Die Anzahl der Linkshänderinnen unter 120 befragten Frauen ist größer als 15, aber kleiner als 35.

d) Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses D lässt sich wie folgt berechnen:

$$P(D) = 10 \cdot 0,2^9 \cdot 0,8 + 0,2^{10}$$

Beschreiben Sie ein dazu passendes Ereignis D im Sachzusammenhang.

e) Ermitteln Sie, wie viele Frauen man mindestens befragen muss, damit sich unter diesen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens eine Linkshänderin befindet.

f) Es kursiert das Gerücht, dass die Linkshändigkeit unter Studentinnen der Physik deutlich weiter verbreitet ist als im Rest der weiblichen Bevölkerung. An einer Universität werden zwölf Physik-Studentinnen befragt. Vier von ihnen geben an, bevorzugt die linke Hand zu verwenden.

Lara behauptet: „Eigentlich werden statt vier Linkshänderinnen nur 2,4 erwartet, also bestätigt die Befragung das Gerücht.“

Omar widerspricht: „Dass allgemein von 12 Frauen vier oder mehr Linkshänderinnen sind, hat eine Wahrscheinlichkeit von über 20%. Mit dieser Befragung kann man das Gerücht also nicht bestätigen.“

Beurteilen Sie diese beiden Behauptungen.

Lösungen**2 Stochastik**

- a) 1.Voraussetzung:
Pro Durchführung des Zufallsexperiments gibt es nur zwei mögliche Ergebnisse.

2.Voraussetzung:
Die Durchführungen des Zufallsexperiments müssen unabhängig voneinander sein, das heißt die Trefferwahrscheinlichkeit p ist konstant.

- b) Die Zufallsgröße X ist die Anzahl der Frauen, die keine Linkshänderinnen sind.
 X ist binomialverteilt mit $n = 3$ und $p = 0,8$.

$$P(A) = P(X = 3) = 0,512$$

Die Zufallsgröße Y ist die Anzahl der Frauen, die Linkshänderinnen sind.
 Y ist binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = 0,2$.

$$P(B) = P(Y = 2) = 0,2048$$

- c) Die Zufallsgröße X ist die Anzahl der Frauen, die Linkshänderinnen sind.
 X ist binomialverteilt mit $n = 120$ und $p = 0,2$.

$$P(C) = P(15 < X < 35) = P(X \leq 34) - P(X \leq 15) \approx 0,990 - 0,022 = 0,968$$

- d) Interpretation von $10 \cdot 0,2^9 \cdot 0,8$:

Dies ist eine Bernoulli-Formel mit $n = 10$ und $p = 0,2$ und $k = 9$:
Unter 10 Frauen sind genau 9 Linkshänderinnen dabei.

Interpretation von $0,2^{10}$:

Dies ist eine Bernoulli-Formel mit $n = 10$ und $p = 0,2$ und $k = 10$:
Unter 10 Frauen sind genau 10 Linkshänderinnen dabei.

Ereignis D: Unter 10 befragten Frauen sind 9 oder 10 Linkshänderinnen dabei
(bzw. mindestens 9 Linkshänderinnen dabei).

- e) Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Linkshänderinnen an.
 X ist binomialverteilt mit unbekanntem n und $p = 0,2$.

Bedingung: $P(X \geq 1) \geq 0,99$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow -P(X = 0) \geq -0,01$$

$$\Leftrightarrow P(X = 0) \leq 0,01$$

Probe mit dem WTR:

$$n = 20: P(X = 0) \approx 0,012$$

$$n = 21: P(X = 0) \approx 0,009$$

Es müssen mindestens 21 Frauen befragt werden.

- f) Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der Linkshänderinnen an.
 Y ist binomialverteilt mit $n = 12$ und $p = 0,2$.

Erwartungswert von Y : $\mu = n \cdot p = 12 \cdot 0,2 = 2,4$

Die Berechnung von Lara ist korrekt.

Es gilt $P(Y \geq 4) = 1 - P(Y \leq 3) \approx 0,205$

Die Berechnung von Omar ist korrekt.

Die Behauptung von Lara ist kritisch. Auch wenn die Anzahl der 4 Linkshänderinnen größer als der Erwartungswert 2,4 ist, kann man daraus nicht herleiten, dass damit das Gerücht bestätigt wird, da die untersuchte Gruppe auch sehr klein ist.

Die Behauptung von Omar ist korrekt.