Hauptprüfung Abiturprüfung 2024
grundlegendes Anforderungsniveau (gAn)

Baden-Württemberg

Teil B – Stochastik Aufgabensatz 1

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

2 Stochastik

2.1 (a) 6 BE b) 3 BE c) 4 BE)

Ein Kartenspiel besteht aus 4 Assen, 3 Königen, 2 Damen und 3 Buben.

a) Mara zieht nacheinander 3 Karten. Gezogene Karten behält sie.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

A: Sie zieht genau 2 Asse.
B: Sie zieht mindestens eine Dame.
C: Sie zieht ein Ass, einen König und einen Buben

b) Mara zieht nacheinander 30 Karten. Dabei notiert sich jeweils das Bild der gezogenen Karte und legt sie dann zurück in den Stapel. Der Stapel wird vor jedem Zug gemischt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie dabei genau 20 Asse zieht.

c) Mara fügt dem Stapel nun 8 Karten hinzu und zieht wieder 30-mal mit Zurücklegen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 16 Asse gezogen werden, soll mehr als 50% betragen.
Ermitteln Sie die Anzahl an Assen, die Mara dem Stapel mindestens hinzufügen muss.

2.2 (a) 4 BE b) 3 BE)

Eine Befragung der Schüler einer Schule hat ergeben:

- 72% der Befragten nutzen ihr Smartphone länger als 4 Stunden pro Tag.
- 51% der Befragten sind mit ihrem aktuellen Notendurchschnitt unzufrieden
- 31% der Befragten nutzen ihr Smartphone länger als 4 Stunden pro Tag und sind mit ihrem aktuellen Notendurchschnitt zufrieden.

a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Schüler sein Smartphone höchstens 4 Stunden pro Tag nutzt und mit seinem aktuellen Notendurchschnitt unzufrieden ist.

b) Die SMV der Schule behauptet, dass die beiden Ereignisse „Zufriedenheit mit dem aktuellen Notendurchschnitt“ und „Nutzung des Smartpones höchstens 4 Stunden am Tag“ stochastisch unabhängig voneinander sind.
Beurteilen Sie diese Behauptung aus mathematischer Sicht.

Lösungen

2 Stochastik

2.1

a) P(A) = P(genau zwei Asse) = $P(AA\overline{A}, A\overline{A}A, \overline{A}AA) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{8}{10} \cdot 3 = \frac{12}{55}$

P(B) = P(mindestens eine Dame) = 1 – P(keine Dame)
$= 1 - \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} = \frac{5}{11}$

P(C) = (BAD, BDA, DAB, DBA, ABD, ADB) = $\frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} \cdot 6 = \frac{9}{55}$

b) Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der gezogenen Asse an.
X ist binomialverteilt mit n = 30 und $p = \frac{1}{3}$.

$P(X = 20) \approx 0{,}00015$

c) Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der gezogenen Asse an.
Es werden a Asse hinzugefügt.
Y ist binomialverteilt mit n = 30 und unbekanntem $p = \frac{4+a}{20}$
Gesucht ist der kleinste Wert von a, so dass gilt:

$P(X \geq 16) > 0{,}5$
$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq 15) > 0{,}5$
$\Leftrightarrow -P(X \leq 15) > -0{,}5$
$\Leftrightarrow P(X \leq 15) < 0{,}5$

Probe mit WTR:
a = 6 bzw. $p = \frac{10}{20}$: $P(X \leq 15) \approx 0{,}572$
a = 7 bzw. $p = \frac{11}{20}$: $P(X \leq 15) \approx 0{,}355$

Mara muss dem Stapel mindestens 7 Asse hinzufügen.

2.2

a) L: Schüler nutzt Smartphone länger als 4 Stunden pro Tag
Z: Schüler ist mit aktuellem Notendurchschnitt zufrieden

Vierfeldertafel:

	Z	$\bar{Z}$	
L	0,31	0,41	0,72
$\bar{L}$	0,18	0,10	0,28
	0,49	0,51	1

$P(\bar{L} \cap \bar{Z}) = 0{,}10$

b) Die Ereignisse $\bar{L}$ und Z sind stochastisch unabhängig, wenn gilt:
$P(\bar{L} \cap Z) = P(\bar{L}) \cdot P(Z)$

Wegen $P(\bar{L}) \cdot P(Z) = 0{,}28 \cdot 0{,}49 \neq P(\bar{L} \cap Z) = 0{,}18$ sind die Eriegnisse nicht unabhängig.
Die Behauptung der SMV ist falsch.