Hauptprüfung Abiturprüfung 2024
Grundlegendes Anforderungsniveau (gAn)

Baden-Württemberg

Teil A - Pflichtaufgaben

Hilfsmittel: keine

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

1 Analysis (3 BE und 2 BE)

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = -\frac{2}{9}x^3 + x^2 - 3$.
Der Graph von f ist K.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten und die Art der Extrempunkte von K.

b) Begründen Sie, dass K die x-Achse im Intervall [-2;0] schneidet.

2 Stochastik (3 BE und 2 BE)

Eine große Sportartikelmarke untersucht ihre Beliebtheit in verschiedenen Altersgruppen.

Von den Befragten unter 20 Jahren gaben 40% an, Fans der Marke zu sein.
Unter den Befragten, die mindestens 20 Jahre alt waren, waren 65% Fans der Marke.
Insgesamt waren 30% der Befragten unter 20 Jahre alt.

a) Stellen Sie die Situation in einem vollständig beschrifteten Baumdiagramm dar.

b) Geben Sie eine Frage im gegebenen Sachzusammenhang an, die mit Hilfe des Terms

$$\frac{0{,}7 \cdot 0{,}65}{0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}7 \cdot 0{,}65}$$

beantwortet werden kann.

3 Lineare Algebra (2 BE und 3 BE)

Gegeben sind die Punkte A(1|3|3), B(9|-1|-5), C(3|5|-5) und M(5|1|-1).

a) Weisen Sie folgende Sachverhalte nach:

(1) Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke AB.
(2) Die Vektoren $\overrightarrow{AM}$ und $\overrightarrow{MC}$ schließen einen rechten Winkel ein.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes, der doppelt so weit vom Punkt M entfernt ist wie vom Punkt C.

Lösungen

1 Analysis

a) Hinreichende Bedingung für Extrempunkte: $f'(x)=0$ und $f''(x)\neq 0$

Mit $f(x)=-\frac{2}{9}x^3+x^2-3$ folgt $f'(x)=-\frac{2}{3}x^2+2x$ und $f''(x)=-\frac{4}{3}x+2$

$-\frac{2}{3}x^2+2x=0 \Leftrightarrow x\cdot\left(-\frac{2}{3}x+2\right)=0$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt

Gleichung I): $x_1=0$
Gleichung II): $-\frac{2}{3}x+2=0 \Leftrightarrow x_2=3$

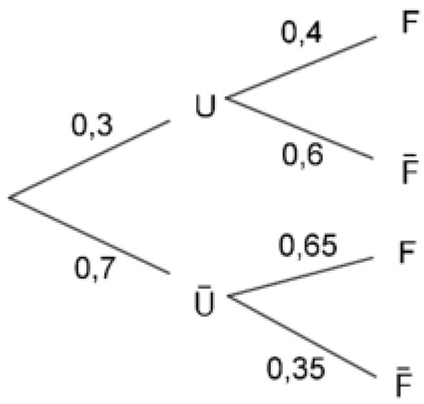
$f''(0)=2>0 \Rightarrow$ Tiefpunkt $T(0\,|\,f(0))$ bzw. $T(0\,|\,-3)$
$f''(3)=-2<0 \Rightarrow$ Hochpunkt $H(3\,|\,f(3))$ bzw. $H(3\,|\,0)$

b) Es gilt $f(-2)=\frac{16}{9}+4-3=\frac{25}{9}>0$ und $f(0)=-3<0$.
Aufgrund der unterschiedlichen Vorzeichen findet im Intervall [-2;0] ein Vorzeichenwechsel der Funktion f statt.
Damit schneidet K die x-Achse im Intervall [-2;0].

2 Stochastik

a) Baumdiagramm:

U: Die Person ist unter 20 Jahre alt.
F: Die Person ist Fan der Marke.



b) Der Term $\frac{0,7 \cdot 0,65}{0,3 \cdot 0,4 + 0,7 \cdot 0,65}$ stellt eine bedingte Wahrscheinlichkeit dar:

$$\frac{P(\bar{U} \cap F)}{P(F)} = P_F(\bar{U})$$

Fragestellung: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mindestens 20 Jahre alt ist wenn bekannt ist dass die Person Fan der Marke ist ?

3 Lineare Algebra

a)

(1) Mittelpunkt der Strecke AB:

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\cdot\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\begin{pmatrix}1\\3\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}9\\-1\\-5\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}5\\1\\-1\end{pmatrix}$$, also M(5|1|-1) was zu zeigen war.

(2) Nachweis rechter Winkel:

$$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{MC}=\begin{pmatrix}4\\-2\\-4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\4\\-4\end{pmatrix}=-8-8+16=0$$

Da das Skalarprodukt Null ergibt, schließen die Vektoren einen rechten Winkel ein.

b) Skizze:

Es gibt zwei mögliche Lösungspunkte P und Q:

Der Punkt P teilt die Strecke MC im Verhältnis 2:1

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OM}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MC}=\begin{pmatrix}5\\1\\-1\end{pmatrix}+\frac{2}{3}\cdot\begin{pmatrix}-2\\4\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11/3\\11/3\\-11/3\end{pmatrix}$$, also $P(\frac{11}{3}\,|\,\frac{11}{3}\,|-\frac{11}{3})$

Der Punkt Q liegt außerhalb der Strecke MC. C ist der Mittelpunkt der Strecke MQ.

$$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OM}+2\cdot\overrightarrow{MC}=\begin{pmatrix}5\\1\\-1\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}-2\\4\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\9\\-9\end{pmatrix}$$. also Q(1|9|-9)