

**Hauptprüfung Abiturprüfung 2024
Erhöhtes Anforderungsniveau (eAn)**

Baden-Württemberg

Teil B – Stochastik Aufgabensatz 2

Hilfsmittel: WTR und Merkhilfe

berufliche Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

2 Stochastik (a) 5 BE b) 3 BE c) 3 BE d) 2 BE e) 3 BE f) 2 BE g) 7 BE)

Ein Unternehmen lässt ein neues Pflegeprodukt auf Verträglichkeit prüfen. Tests ergaben, dass 91% der Anwender das Produkt vertragen. Bei den anderen Anwendern trat eine Unverträglichkeit auf.

- a) Es werden nacheinander 20 zufällig ausgewählte Testpersonen befragt. Berechnen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

E_1 : Nur die dritte Testperson verträgt das Produkt nicht.

E_2 : Genau 18 Testpersonen vertragen das Produkt.

E_3 : Mindestens 70% der Testpersonen vertragen das Produkt.

- b) 200 Personen nutzen das Pflegeprodukt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen, die das Produkt nicht vertragen, zwischen 14 und 22 liegt.

Bei den Unverträglichkeiten der Testpersonen kann es sich um eine Allergie (A) oder um eine Irritation (I) handeln. Beide Unverträglichkeiten können einzeln oder auch gemeinsam auftreten. Bei 5,5% aller Testpersonen tritt eine Allergie auf. Von diesen haben 90% keine Irritation.

	A	$\bar{A}$	Σ
I			
$\bar{I}$		0,91	
Σ			

- c) Übertragen Sie die Vierfeldertafel auf Ihr Blatt und vervollständigen Sie diese. (zur Kontrolle: $P(A \cap I) = 0,0055$)
- d) Zeigen Sie, dass das Auftreten der beiden Unverträglichkeiten stochastisch abhängig voneinander ist.
- e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass entweder eine Allergie oder eine Irritation auftritt.
- f) Nachdem eine Testperson das Pflegeprodukt anwendet, tritt bei ihr eine Irritation auf. Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie auch allergisch reagiert.

Die Kosten für die Herstellung des Pflegeprodukts betragen 0,50 € pro Stück, der Kaufpreis 9,50 € pro Stück. Das Unternehmen erstattet den gesamten Kaufpreis, wenn der Kunde dies begründet beantragt. Dafür muss angegeben werden, ob dies entweder aufgrund einer Unverträglichkeit oder aus sonstigen Gründen geschieht. Alle Kunden mit auftretender Unverträglichkeit beantragen eine Rückerstattung.

- g) Das Unternehmen möchte einen durchschnittlichen Gewinn von mindestens 6,50 € pro Stück erwirtschaften. Berechnen Sie, wie groß der Anteil aller Kunden höchstens sein darf, welche die Rückerstattung aus sonstigen Gründen beantragen.

Lösungen**2 Stochastik**

a) $P(E_1) = 0,91^2 \cdot 0,09 \cdot 0,91^{17} \approx 0,015$

(Es ist eine Reihenfolge vorgegeben, daher entspricht die Wahrscheinlichkeit einem einzelnen Pfad im Baumdiagramm)

Die Zufallsgröße X ist die Anzahl der Testpersonen, die das Produkt vertragen. X ist binomialverteilt mit $n = 20$ und $p = 0,91$.

$$P(E_2) = P(X = 18) \approx 0,282$$

70% der Testpersonen sind $0,7 \cdot 20 = 14$ Testpersonen

$$P(E_3) = P(X \geq 14) = 1 - P(X \leq 13) \approx 1 - 0,0013 = 0,9987$$

b) Die Zufallsgröße Y ist die Anzahl der Personen, die das Produkt nicht vertragen. Y ist binomialverteilt mit $n = 200$ und $p = 0,09$.

$$P(14 \leq Y \leq 22) = P(Y \leq 22) - P(Y \leq 13) \approx 0,8657 - 0,1308 = 0,735$$

c) Eintrag der bekannten Werte in die Vierfeldertafel (fett gedruckt)

	A	$\bar{A}$	
I	0,0055	0,035	0,0405
$\bar{I}$	0,0495	0,91	0,9595
	0,055	0,945	1

90% von 5,5% entsprechen $0,9 \cdot 0,055 = 0,0495 = P(A \cap \bar{I})$

d) Die Ereignisse A und I sind stochastisch abhängig, wenn $P(A \cap I) \neq P(A) \cdot P(I)$ gilt

Da $0,0055 \neq 0,055 \cdot 0,0405$ gilt, sind die Ereignisse A und I stochastisch abhängig.

e) $P(\text{entweder Allergie oder Irritation}) = P(A \cap \bar{I}) + P(\bar{A} \cap I) = 0,0495 + 0,035 = 0,0845$

f) Es handelt sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit, da bekannt ist, dass bei der Person eine Irritation auftritt.

$$P_I(A) = \frac{P(A \cap I)}{P(I)} = \frac{0,0055}{0,0405} \approx 0,136$$

g) Die Zufallsgröße G gibt den Gewinn bzw. Verlust für das Unternehmen an.

G kann die Werte 9 oder $-0,5$ annehmen.

$$P(\text{Rückgabe aufgrund von Unverträglichkeit}) = P(G = -0,5) = 0,09$$

$$P(\text{Rückgabe aus sonstigen Gründen}) = P(G = -0,5) = x$$

$$P(\text{keine Rückgabe}) = P(G = 9) = 1 - 0,09 - x = 0,91 - x$$

$$E(G) = -0,5 \cdot 0,09 - 0,5 \cdot x + 9 \cdot (0,91 - x) = 8,145 - 9,5x$$

$$\text{Bedingung: } 8,145 - 9,5x = 6,50 \Leftrightarrow x \approx 0,173$$

Es dürfen höchstens etwa 17,3% der Kunden aus sonstigen Gründen die Rückerstattung beantragen, damit das Unternehmen sein Ziel erreicht.