

Hauptprüfung Fachhochschulreife 2024

Baden-Württemberg

Wahlteil: Aufgabe 3 Analysis

Hilfsmittel: Merkhilfe und WTR

Berufskolleg

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Die Leistung einer Photovoltaikanlage in Kilowatt (kW) an einem Tag wird beschrieben durch die Funktion p mit $p(t) = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ mit $t \in [0;12]$.

t ist die Zeit in Stunden nach Beobachtungsbeginn, $t = 0$ entspricht der Uhrzeit 7 Uhr morgens.

- 3.1 Skizzieren Sie das Schaubild von p .
Geben Sie an, zu welcher Uhrzeit die Photovoltaikanlage die höchste Leistung hat. Geben Sie diese Leistung an. (5 Punkte)

- 3.2 Für den Betrieb eines Wäschetrockners ist eine Leistung von 3,5 kW erforderlich. Berechnen Sie, in welchem Zeitraum der Wäschetrockner ausschließlich mit der Photovoltaikanlage betrieben werden kann. Die Trocknung einer Ladung Wäsche dauert 3 Stunden. Geben Sie an, zu welcher Uhrzeit der Wäschetrockner hierzu spätestens gestartet werden muss. (7 Punkte)

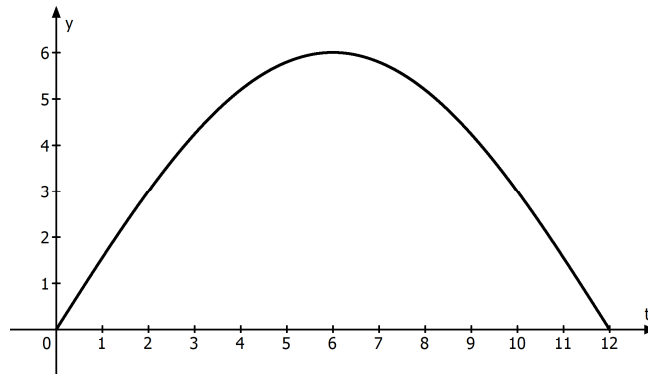
- 3.3 Unter Leistung versteht man die momentane Änderungsrate der Energie. Berechnen Sie das Integral $\int_2^{10} p(t)dt$ und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang. (5 Punkte)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -2 \cdot e^{0,25x} + x + 3$, $x \in \mathbb{R}$. Ihr Schaubild heißt K_f .

- 3.4 Zeichnen Sie K_f für $-5 \leq x \leq 8$.
Geben Sie die Gleichung der Asymptote an. (4 Punkte)
- 3.5 Berechnen Sie die Koordinaten des Extrempunktes von K_f und untersuchen Sie, ob es sich um einen Hoch- oder Tiefpunkt handelt.
Geben Sie an, wie K_f verschoben werden muss, damit der Extrempunkt auf der x -Achse liegt. (6 Punkte)
- 3.6 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an K_f an der Stelle $x = 0$. (3 Punkte)

Lösung

- 3.1 Die Periode des Schaubildes ist $p = \frac{2\pi}{\pi/12} = 24$ und die Amplitude ist $a = 6$.



Aus dem Schaubild kann man ablesen, dass für $t = 6$ (also um 13 Uhr) die Leistung maximal ist.

Die maximale Leistung beträgt 6 kW.

3.2 $6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) = 3,5 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) = \frac{7}{12}$

Substitution: $u = \frac{\pi}{12}t$

$\sin(u) = \frac{7}{12} \Rightarrow u = \sin^{-1}\left(\frac{7}{12}\right) \approx 0,623$

Rücksubstitution: $\frac{\pi}{12}t = 0,623 \Leftrightarrow t_1 = 0,623 \cdot \frac{12}{\pi} \approx 2,38$

Wegen $0,38 \cdot 60 \approx 23$ entspricht dies der Uhrzeit 9.23 Uhr.

Aus Symmetriegründen kann man mithilfe der Abbildung eine weitere Lösung ablesen:

$t_2 = 12 - t_1 = 12 - 2,38 = 9,62$

Wegen $0,62 \cdot 60 \approx 37$ entspricht dies der Uhrzeit 16.37 Uhr.

Der Wäschetrockner kann von 9.23 Uhr bis 16.37 Uhr betrieben werden.

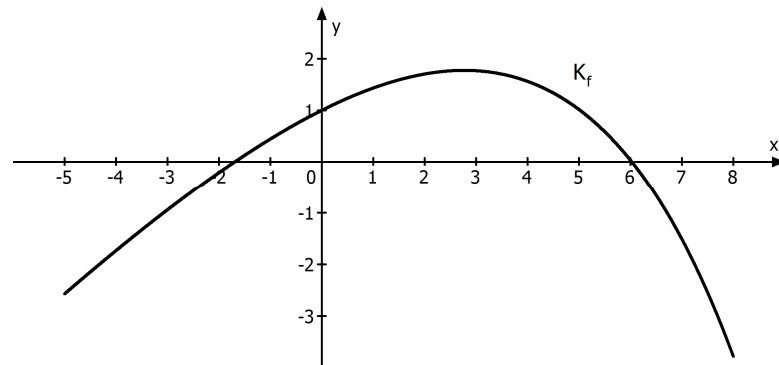
Aufgrund der Trockendauer von 3 Stunden muss der Trockner spätestens um 13.37 Uhr gestartet werden.

$$3.3 \quad \int_2^{10} 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) dt = \left[-6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) \cdot \frac{12}{\pi} \right]_2^{10} \approx 19,85 - (-19,85) = 39,7$$

$t = 2$ entspricht der Uhrzeit 9 Uhr und $t = 10$ entspricht der Uhrzeit 17 Uhr.

Im Zeitraum 9 Uhr bis 17 Uhr erzeugt die Photovoltaikanlage eine Energie in Höhe von 39,7 kWh.

3.4



Die Gleichung der (schiefen) Asymptote lautet $y = x + 3$.

3.5 Bedingung: $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$

Berechnung der Ableitungen von $f(x) = -2 \cdot e^{0,25x} + x + 3$:

$$f'(x) = -2 \cdot e^{0,25x} \cdot 0,25 + 1 = -0,5e^{0,25x} + 1$$

$$f''(x) = -0,5e^{0,25x} \cdot 0,25 = -\frac{1}{8}e^{0,25x}$$

$$-0,5e^{0,25x} + 1 = 0 \Leftrightarrow e^{0,25x} = 2 \Leftrightarrow 0,25x = \ln(2) \Leftrightarrow x = 4\ln(2)$$

$f''(4\ln(2)) = -\frac{1}{8}e^{0,25 \cdot 4\ln(2)} = -0,25 < 0$ also liegt bei $x = 4\ln(2)$ eine Maximalstelle vor.

$$\text{Es gilt } f(4\ln(2)) = -2e^{0,25 \cdot 4\ln(2)} + 4\ln(2) + 3 = 4\ln(2) - 1$$

$$\text{Hochpunkt } H(4\ln(2) \mid 4\ln(2) - 1)$$

Der Hochpunkt liegt auf der x-Achse, wenn der y-Wert 0 ist.

Dazu muss das Schaubild von f um $4\ln(2) - 1 \approx 1,77$ LE nach unten verschoben werden.

3.6 Ansatz der Tangentengleichung: $y = mx + c$

Wegen $f'(x) = -0,5e^{0,25x} + 1$ gilt $m = f'(0) = 0,5$.

Wegen $f(0) = 1$ hat der Berührungspunkt der Tangente die Koordinaten $B(0|1)$.

Einsetzen des Punktes und der Steigung in den Tangentengleichungsansatz:

$$1 = 0,5 \cdot 0 + c \Leftrightarrow c = 1$$

Gleichung der Tangente: $y = 0,5x + 1$