

Hauptprüfung Abiturprüfung 2023

Baden-Württemberg

Teil 3: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Stochastik

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Stochastik

- 2 Die Verwaltung einer Stadt möchte zur Verschönerung insgesamt 1000 Sträucher einpflanzen lassen. Sie bestellt 200 Hibiskussträucher, 300 Schlehensträucher und 500 Wildrosensträucher.
- 2.1 Der Lieferung werden zufällig drei Sträucher zur Kontrolle entnommen.
- 2.1.1 Begründen Sie, dass für die Wahrscheinlichkeit P , drei Wildrosensträucher zu entnehmen, gilt: $P = \frac{500}{1000} \cdot \frac{499}{999} \cdot \frac{498}{998}$. (2 Punkte)
- 2.1.2 Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
A: Es wird genau ein Wildrosenstrauch entnommen.
B: Unter den drei Sträuchern befindet sich mindestens ein Hibiskus. (4 Punkte)
- 2.2 Einige Sträucher sterben bereits im ersten Jahr nach der Pflanzung ab. Erfahrungsgemäß stirbt ein Hibiskusstrauch mit einer Wahrscheinlichkeit von vier Prozent im ersten Jahr ab. Bei den Schlehen- und Wildrosensträuchern liegt diese Wahrscheinlichkeit bei jeweils 1,5 Prozent.
- 2.2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 190 der bestellten Hibiskussträucher im ersten Jahr nach der Pflanzung nicht absterben werden. (2 Punkte)
- 2.2.2 Ein zufällig ausgewählter Strauch ist abgestorben. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich hierbei um einen Wildrosenstrauch handelt. (4 Punkte)
- 2.2.3 Ein halbes Jahr nach der Einpflanzung werden in einer Stichprobe einige der Hibiskussträucher untersucht. Dabei stellt man fest, dass die relative Häufigkeit der bis dahin bereits abgestorbenen Hibiskussträucher 3% beträgt.
- Es wird zudem das näherungsweise 90% - Vertrauensintervall für die nicht bekannte Wahrscheinlichkeit des Absterbens von Hibiskussträucher in diesem Zeitraum betrachtet. Die Länge dieses Intervalls ist ungefähr 0,056. Ermitteln Sie damit den Umfang der vorgenommenen Stichprobe. (3 Punkte)

Lösungen

2.1.1 Es handelt sich um ein Ziehen ohne Zurücklegen. Daher verringert sich mit jedem gezogenen Wildrosenstrauch neben deren Anzahl auch die Gesamtanzahl der noch vorhandenen Sträucher. Mithilfe der Pfadmultiplikationsregel ergibt sich dann der angegebene Term.

$$2.1.2 \quad P(A) = P(\text{genau ein Wildrosenstrauch}) = 3 \cdot P(\overline{WWW}) = 3 \cdot \frac{500}{1000} \cdot \frac{500}{999} \cdot \frac{499}{998} \approx 0,375$$

$$P(B) = P(\text{mindestens ein Hibiskusstrauch}) = 1 - P(\text{kein Hibiskusstrauch})$$

$$= 1 - \frac{800}{1000} \cdot \frac{799}{999} \cdot \frac{798}{998} \approx 0,4884$$

2.2.1 Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Hibiskussträucher, welche nicht absterben werden.

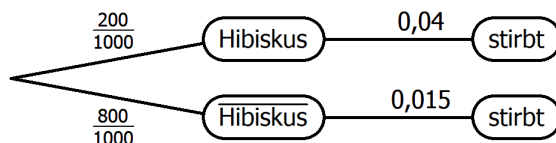
X ist binomialverteilt mit $n = 200$ und $p = 1 - 0,04 = 0,96$.

$$P(X \geq 190) = 1 - P(X \leq 189) \approx 1 - 0,18 = 0,82$$

2.2.2 Es handelt sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit, da bekannt ist, dass der Strauch abstirbt.

D: Strauch stirbt ab.

W: Strauch ist eine Wildrose.



$$P(D) = P(\text{Strauch stirbt ab}) = \frac{200}{1000} \cdot 0,04 + \frac{800}{1000} \cdot 0,015 = 0,02$$

$$P_D(W) = \frac{P(D \cap W)}{P(D)} = \frac{\frac{500}{1000} \cdot 0,015}{0,02} = 0,375$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einem abgestorbenen Strauch um einen Wildrosenstrauch handelt, ist 37,5%.

2.2.3 Formel für das Vertrauensintervall:

$$\left[h - c \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}; h + c \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}} \right]$$

Die Länge des Intervalls beträgt $2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}$.

Es gilt $h = 0,03$.

Da es sich um ein 90%-Vertrauensintervall handelt, gilt $c = 1,64$.

$$\text{Bedingung: } 2 \cdot 1,64 \cdot \sqrt{\frac{0,03 \cdot 0,97}{n}} = 0,056 \quad | : 2 | : 1,64$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,03 \cdot 0,97}{n}} = 0,0171 \quad | \text{quadrieren}$$

$$\Rightarrow \frac{0,0291}{n} = 0,0171^2 \quad | \cdot n | : 0,0171^2$$

$$\Leftrightarrow n \approx 99,5$$

Der Umfang der Stichprobe ist etwa 100.