

Hauptprüfung Abiturprüfung 2023

Baden-Württemberg

Teil 3 (mit Hilfsmittel)

Stochastik

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

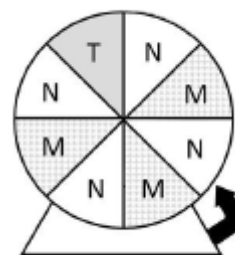
Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Stochastik

1

Bei der Eröffnungsfeier einer Wakeboard-Anlage bietet der Veranstalter ein Glücksspiel an. Das abgebildete Glücksrad besteht aus acht gleich großen Sektoren. Wenn das Rad nach einer Drehung zum Stillstand kommt, zeigt der Pfeil genau auf einen Sektor. Jeder Besuch darf das Glücksrad genau einmal drehen. Dabei kann er eine Testfahrt auf der neuen Wakeboard-Anlage (T) oder das Maskottchen des Betreibers (M) gewinnen. Andernfalls gewinnt er nichts (N).



- 1.1 Drei Besucher drehen nacheinander das Glücksrad. Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:
- A: Alle drei Besucher gewinnen eine Testfahrt.
B: Genau einer der Besucher gewinnt eine Testfahrt. (3 Punkte)
- 1.2 Ein Besucher dreht das Glücksrad und gewinnt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei eine Testfahrt gewonnen hat. (2 Punkte)
- 1.3 Der Veranstalter rechnet mit 240 Besuchern, die das Glücksrad drehen. Bestimmen Sie die zu erwartende Anzahl benötigter Maskottchen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 80 aber höchstens 100 Maskottchen benötigt werden. (3 Punkte)
- 1.4 Ermitteln Sie die minimale Anzahl von Besuchern, die das Glücksrad drehen müssten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% mindestens zwei Besucher eine Testfahrt gewinnen. (4 Punkte)
- 1.5 Die Ausgaben des Veranstalters für eine Testfahrt übertreffen seine Ausgaben für ein Maskottchen um einen Euro, während seine Ausgaben für ein Maskottchen die durchschnittlichen Ausgaben des Veranstalters pro Spiel um 1,75 Euro übertreffen. Weitere Ausgaben, etwa für Anschaffung, Wartung und Betrieb des Glücksrades, sind hierbei nicht berücksichtigt. Bestimmen Sie die Ausgaben für ein Maskottchen. (3 Punkte)

Lösungen

$$1.1. \quad P(A) = P(TTT) = \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{1}{512}$$

$$P(B) = 3 \cdot P(T\bar{T}\bar{T}) = 3 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{147}{512}$$

Andere Lösungsmöglichkeit:

Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Drehungen an, bei denen „T“ gedreht wird.

X ist binomialverteilt mit $n = 3$ und $p = \frac{1}{8}$.

$$P(A) = P(X = 3) \approx 0,00195$$

$$P(B) = P(X = 1) \approx 0,287$$

- 1.2 Es handelt sich hierbei um eine bedingte Wahrscheinlichkeit, da bekannt ist, dass der Besucher gewonnen hat.

$$P_G(T) = \frac{P(G \cap T)}{P(G)} = \frac{P(T)}{P(G)} = \frac{\cancel{1}/8}{\cancel{4}/8} = \frac{1}{4}$$

- 1.3 Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der benötigten Maskottchen an.

X ist binomialverteilt mit $n = 240$ und $p = \frac{3}{8}$

$$\text{Erwartungswert: } \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{3}{8} = 90$$

Die erwartete Anzahl beträgt 90 Maskottchen.

$$P(80 \leq X \leq 100) = P(X \leq 100) - P(X \leq 79) \approx 0,9185 - 0,0799 = 0,8386$$

- 1.4 Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Personen an, die eine Testfahrt gewinnen.

X ist binomialverteilt mit $p = \frac{1}{8}$ und unbekanntem n .

Bedingung:

$$P(X \geq 2) > 0,9$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq 1) > 0,9$$

$$\Leftrightarrow -P(X \leq 1) > -0,1$$

$$\Leftrightarrow P(X \leq 1) < 0,1$$

Probe mit dem WTR:

$$n = 29: P(X \leq 1) = 0,107$$

$$n = 30: P(X \leq 1) = 0,096$$

Die gesuchte minimale Anzahl ist 30.

- 1.5 Die gesuchten Ausgaben für ein Maskottchen sei x .

Die Ausgaben für eine Testfahrt betragen $x + 1$.

Die erwarteten (durchschnittlichen) Ausgaben des Veranstalters betragen

$$\text{damit } \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}(x + 1).$$

Andererseits betragen die durchschnittlichen Ausgaben des Veranstalters laut Aufgabenstellung $x - 1,75$.

Damit muss gelten:

$$\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}(x + 1) = x - 1,75$$

$$\Leftrightarrow 0,5x + \frac{1}{8} = x - 1,75 \Leftrightarrow 0,5x = 1,875 \Leftrightarrow x = 3,75$$

Die Ausgaben für ein Maskottchen betragen 3,75 Euro.