

Hauptprüfung Abiturprüfung 2023

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Anwendungsorientierte Analysis

- 3 Ein Gezeitenkraftwerk nutzt die Energie aus der Bewegung des Wassers bei Ebbe und Flut zur Stromerzeugung. Die Funktion w mit

$$w(t) = 5000 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right); t \in [0;12]$$

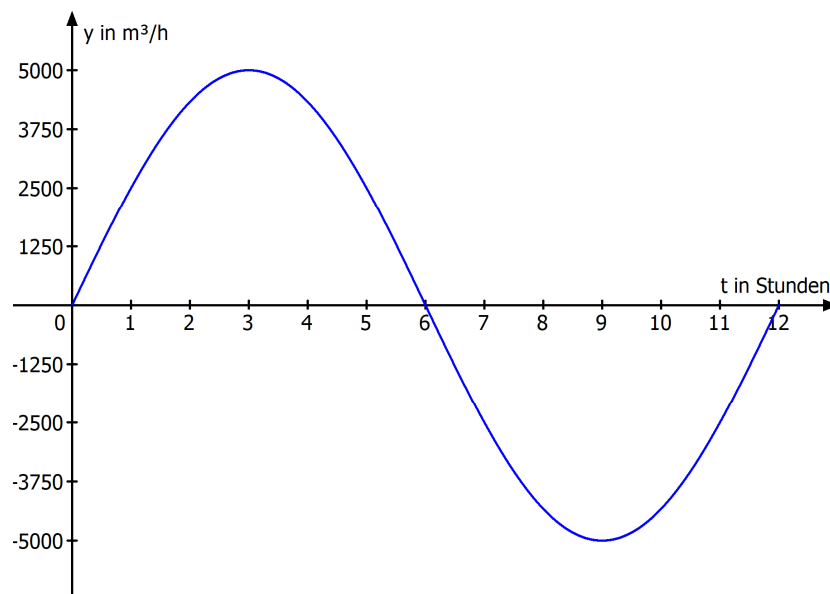
modelliert die momentane Änderungsrate des Wasservolumens im Rückhaltebecken eines Gezeitenkraftwerkes über einen Zeitraum von 12 Stunden. Hierbei ist t die Zeit seit Beobachtungsbeginn ($t = 0$) in Stunden.

$w(t)$ wird in Kubikmeter pro Stunde $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)$ angegeben.

Bei Flut fließt das Wasser in das Rückhaltebecken und $w(t)$ ist positiv.
Bei Ebbe fließt das Wasser aus dem Rückhaltebecken und $w(t)$ ist negativ.

- 3.1 Skizzieren Sie das Schaubild von w .
Geben Sie den Zeitraum der Flut an. (3 Punkte)
- 3.2 Bestimmen Sie, wie viele Liter Wasser pro Minute maximal aus dem Rückhaltebecken abfließen.
Ein Liter entspricht einem Kubikdezimeter. (2 Punkte)
- 3.3 Beziehen Sie Stellung zu folgender Aussage:
„Es gibt einen vierstündigen Zeitraum, in dem der Wasserzufluss den Wert von $2500 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ nie unterschreitet.“ (2 Punkte)
- 3.4 Vier Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich 20000 m^3 Wasser im Rückhaltebecken.
Ermitteln Sie, zu welchem Zeitpunkt dieser Wasserstand das nächste Mal erreicht wird.

Begründen Sie, dass das Rückhaltebecken mehr als 24000 m^3 Wasser fassen muss. (3 Punkte)

Lösungen**3.1 Skizze:**

Flut bedeutet, dass $w(t) > 0$ ist.
Dies ist der Fall für $0 < t < 6$.

- 3.2** Pro Minute fließen maximal $5000 \text{ m}^3 / \text{h}$ ab.
Dies ist der Fall für $t = 9$.

$$5000 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 5000 \cdot \frac{1000 \text{ dm}^3}{60 \text{ min}} = \frac{250000 \text{ Liter}}{3 \text{ min}} \approx 83333 \frac{\text{Liter}}{\text{min}}$$

- 3.3** Die Aussage ist richtig für den Zeitraum $[1 ; 5]$.
Es gilt $w(1) = w(5) = 2500$ und innerhalb des Intervalls $[1;5]$ nimmt die Funktion $w(t)$ Werte an, die größer als 2500 sind.

- 3.4** Die Fläche zwischen dem Schaubild von $w(t)$ und der t -Achse gibt die Wassermenge an, die in das Rückhaltebecken hinein- oder herausfließt.

Es gilt wegen Symmetrie $\int_4^8 w(t) dt = 0$.

Das befinden sich nach 8 Stunden wieder 20000 m^3 Wasser im Rückhaltebecken.

Zu zeigen ist, dass im Zeitraum $[4;6]$ mehr als 4000 m^3 Wasser hineinfließen.

$$\int_4^6 w(t) dt = \left[-5000 \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right) \cdot \frac{6}{\pi} \right]_4^6 = -5000 \cos(\pi) \cdot \frac{6}{\pi} + 5000 \cos\left(\frac{2}{3} \pi\right) \cdot \frac{6}{\pi}$$
$$= 9549,3 - 4774,6 = 4774,7 \text{ m}^3$$

Nach 4 Stunden befinden sich 20000 m³ Wasser im Becken.
In den nächsten 2 Stunden fließen 4774,7 m³ dazu.

Das Rückhaltebecken muss daher mehr als 24000 m³ Wasser fassen.