

Hauptprüfung Fachhochschulreife 2023

Baden-Württemberg

Pflichtteil Variante 2

Hilfsmittel: keine

Berufskolleg

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

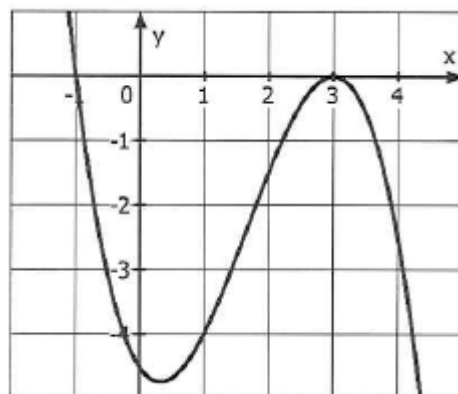
Aufgabe 1:

1.1 Lösen Sie die Gleichung $8e^{2x} - 4e^x = 0$ (4 Punkte)

1.2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 4x^3 + x^2 - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild einer Stammfunktion F von f verläuft durch den Punkt $P(1|1)$.
Bestimmen Sie den Funktionsterm von F . (3 Punkte)

1.3 Gegeben ist das Schaubild einer Polynomfunktion p vom Grad 3.

- Bestimmen Sie mit Hilfe der Abbildung näherungsweise die Steigung des Schaubildes an der Stelle $x = 1$.
- Ermitteln Sie einen geeigneten Funktionsterm zu p .



(6 Punkte)

1.4 Berechnen Sie eine Lösung für $a \neq 0$, so dass $\int_0^a (2x - 1) dx = 0$ ist. (4 Punkte)

1.5 Geben Sie die Periodenlänge und den Wertebereich der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 2 \sin(\pi x) + 2$, $x \in [-1; 3]$ an.
Skizzieren Sie das Schaubild. (6 Punkte)

1.6 Gegeben ist die lineare Funktion g mit $g(x) = 3x - 2$, $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie das Schaubild von g und das Schaubild der Ableitungsfunktion von g für $x \in [-1; 2]$. (3 Punkte)

1.7 Das Schaubild einer Funktion h wird nacheinander
1. mit dem Faktor 3 in y -Richtung gestreckt
2. um 2 Längeneinheiten in y -Richtung nach oben verschoben.

Es ergibt sich auf diese Weise das Schaubild einer Funktion k mit $k(x) = 6e^{-x} - 7$, $x \in \mathbb{R}$.

Geben Sie den Funktionsterm von h an. (4 Punkte)

Lösung

1.1 $8e^{2x} - 4e^x = 0$

$\Leftrightarrow e^x \cdot (8e^x - 4) = 0$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt

Gleichung I): $e^x = 0$ ist nicht lösbar

Gleichung II): $8e^x - 4 = 0 \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

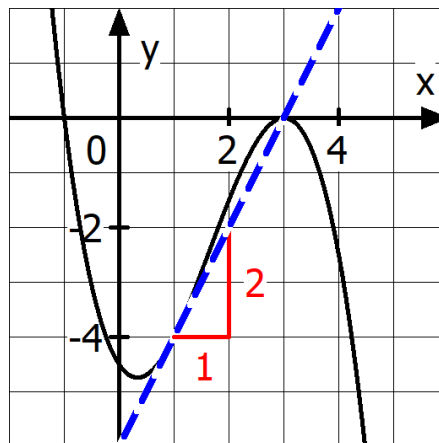
1.2 $f(x) = 4x^3 + x^2 - 1$

Alle Stammfunktionen von f: $F(x) = 4 \cdot \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3} \cdot x^3 - x + C = x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x + C$

Es soll gelten: $F(1) = 1$

$F(1) = 1 + \frac{1}{3} - 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$

- 1.3 Die Steigung an der Stelle $x = 1$ ergibt sich durch die Steigung der Tangente, die das Schaubild an der Stelle $x = 1$ berührt.



Mit Hilfe des Steigungsdreiecks ergibt sich als Steigung $m = 2$.

Funktionsterm von p:

Die Funktion besitzt bei $x = -1$ eine einfache und bei $x = 3$ eine doppelte Nullstelle.

Ansatz: $p(x) = a \cdot (x + 1) \cdot (x - 3)^2$

Berechnung von a:

Der Punkt $P(1|-4)$ liegt auf dem Schaubild von p.

Es gilt $p(1) = -4$

$p(1) = a \cdot (1 + 1) \cdot (1 - 3)^2 = 1$

$\Leftrightarrow 8a = -4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$

Funktionsterm $p(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)(x - 3)^2$

$$1.4 \quad \int_0^a (2x - 1) dx = \left[x^2 - x \right]_0^a = a^2 - a$$

Bedingung: $a^2 - a = 0 \Leftrightarrow a \cdot (a - 1) = 0$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt

Gleichung I): $a = 0$

Gleichung II): $a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$

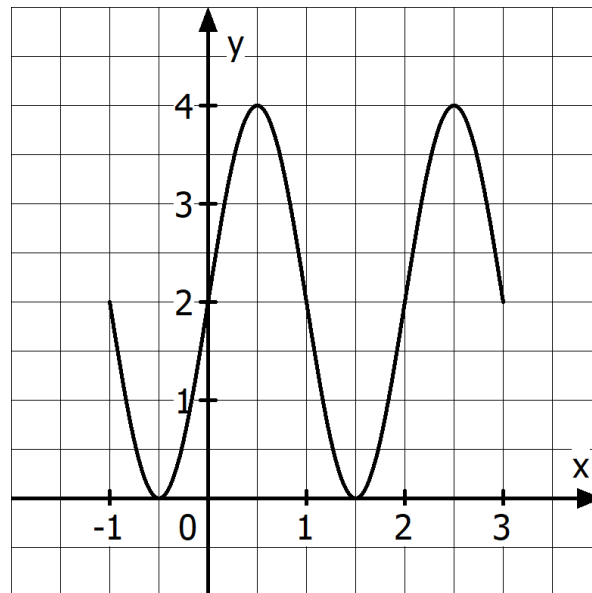
Da $a \neq 0$ vorgegeben ist, gilt $a = 1$.

$$1.5 \quad \text{Periodenlänge: } p = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

Wertebereich:

Das Schaubild von f ist gegenüber der Funktion $y = \sin(x)$ um 2 Einheiten nach oben verschoben. Die Amplitude beträgt 2.

Daher lautet der Wertebereich $[0;4]$.

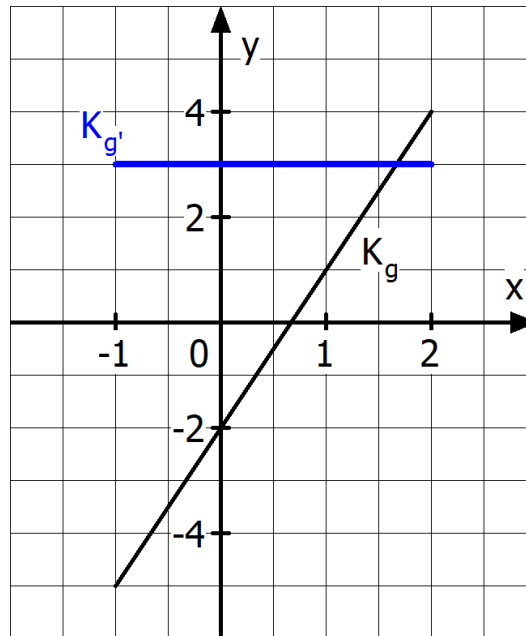


1.6 $g(x) = 3x - 2$

Das Schaubild von g ist eine Gerade, die durch den Punkt $A(0|-2)$ verläuft und die Steigung 3 besitzt.

$$g'(x) = 3$$

Das Schaubild der Ableitungsfunktion ist eine waagrechte Gerade.



1.7 $k(x) = 6e^{-x} - 7$

Die beiden genannten Transformationen müssen nun in umgekehrter Reihenfolge wieder rückgängig gemacht werden.

1.) Verschiebung um 2 Längeneinheiten in y-Richtung nach unten:

$$g(x) = k(x) - 2 = 6e^{-x} - 9$$

2.) Streckung des Schaubildes mit dem Faktor $\frac{1}{3}$ in y-Richtung:

$$h(x) = \frac{1}{3}g(x) = \frac{1}{3}(6e^{-x} - 9) = 2e^{-x} - 3$$