

Analysis

Einfache Exponentialgleichungen

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

November 2018

Aufgabe 1:

Vereinfache die folgenden Ausdrücke, sofern dies möglich ist:

- | | | |
|--|----------------------------------|--|
| a) $\ln(e^2)$ | b) $\ln(1)$ | c) $4 \cdot \ln(\sqrt{e})$ |
| d) $\ln\left(\frac{1}{e^3}\right)$ | e) $\ln(e^{3,5} \cdot \sqrt{e})$ | f) $\ln(e + e^2)$ |
| g) $\ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{e}}\right)$ | h) $\ln(e \cdot e^x)$ | i) $\ln\left(\frac{1}{e} \cdot e^x\right)$ |
| j) $e^{\ln(5)}$ | k) $e^{\ln(3x-1)}$ | l) $e^{4 \cdot \ln(2)}$ |
| m) $e^{\ln(2) + \ln(3)}$ | n) $e^{\frac{1}{2} \ln(49)}$ | o) $e^{-\ln(3)}$ |

Aufgabe 2:

Löse die Gleichung exakt.

- | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|
| a) $e^x = 13$ | b) $e^{-x} = 3$ | c) $2e^{-2x} = 8$ |
| d) $8e^{-2x-3} = 12$ | e) $2e^{3x} = -6$ | f) $3 + e^{2x} = 5$ |
| g) $e^{4x-2} = 1$ | h) $2 \cdot e^{7x-3} = e$ | i) $2e^{0,5x-3} = 8$ |

Lösungen

Aufgabe 1:

- a) $\ln(e^2) = 2$
- b) $\ln(1) = 0$
- c) $4 \cdot \ln(\sqrt{e}) = 4 \cdot \ln(e^{0,5}) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$
- d) $\ln\left(\frac{1}{e^3}\right) = \ln(e^{-3}) = -3$
- e) $\ln(e^{3,5} \cdot \sqrt{e}) = \ln(e^{3,5} \cdot e^{0,5}) = \ln(e^4) = 4$
- f) $\ln(e + e^2)$ nicht zu vereinfachen
- g) $\ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{e}}\right) = \ln\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{3}}}\right) = -\frac{1}{3}$
- h) $\ln(e \cdot e^x) = \ln(e^{1+x}) = 1 + x$
- i) $\ln\left(\frac{1}{e} \cdot e^x\right) = \ln(e^{-1} \cdot e^x) = \ln(e^{1-x}) = 1 - x$
- j) $e^{\ln(5)} = 5$
- k) $e^{\ln(3x-1)} = 3x - 1$
- l) $e^{4 \cdot \ln(2)} = (e^{\ln(2)})^4 = 2^4 = 16$
- m) $e^{\ln(2) + \ln(3)} = e^{\ln(2)} \cdot e^{\ln(3)} = 2 \cdot 3 = 6$
- n) $e^{\frac{1}{2} \ln(49)} = (e^{\ln(49)})^{\frac{1}{2}} = 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$
- o) $e^{-\ln(3)} = (e^{\ln(3)})^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

Aufgabe 2:

- a) $e^x = 13$
 $\Rightarrow x = \ln(13)$
- b) $e^{-x} = 3$
 $-x = \ln(3) \Rightarrow x = -\ln(3)$
- c) $2e^{-2x} = 8$
 $\Rightarrow e^{-2x} = 4 \Rightarrow -2x = \ln(4) \Rightarrow x = \frac{\ln(4)}{-2}$
- d) $8e^{-2x-3} = 12$
 $e^{-2x-3} = 1,5 \Rightarrow -2x - 3 = \ln(1,5) \Rightarrow -2x = \ln(1,5) + 3 \Rightarrow x = \frac{\ln(1,5) + 3}{-2}$
- e) $2e^{3x} = -6$
 $e^{3x} = -3$ Gleichung ist nicht lösbar, da eine e-Funktion nicht negativ werden kann

f) $3 + e^{2x} = 5$

$$\Rightarrow e^{2x} = 2 \Rightarrow 2x = \ln(2) \Rightarrow x = \frac{\ln(2)}{2}$$

g) $e^{4x-2} = 1$

$$4x - 2 = \ln(1) \Rightarrow 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = 0,5$$

h) $2 \cdot e^{7x-3} = e$

$$\Rightarrow e^{7x-3} = \frac{e}{2} \Rightarrow 7x - 3 = \ln\left(\frac{e}{2}\right) \Rightarrow 7x = \ln\left(\frac{e}{2}\right) + 3 \Rightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{e}{2}\right) + 3}{7}$$

i) $2e^{0,5x-3} = 8$

$$\Rightarrow e^{0,5x-3} = 4 \Rightarrow 0,5x - 3 = \ln(4) \Rightarrow 0,5x = \ln(4) + 3 \Rightarrow x = \frac{\ln(4) + 3}{0,5}$$