

Analysis

Ableiten mit der e-Funktion

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

November 2018

Aufgabe 1:

Bestimme die erste Ableitungsfunktion der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = 3x + e^x$

b) $f(x) = 5 + 4 \cdot e^x$

c) $f(x) = e^{3x}$

d) $f(x) = 4 \cdot e^{-4x}$

e) $f(x) = x^3 + e^{0,5x}$

f) $f(x) = -5 \cdot e^{-x+4}$

g) $f(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} - 7x$

h) $f(x) = 4\sin(x) - 2e^{3x-1} + 8$

i) $f(x) = e^{x^2} - 3e^{\sin(x)}$

j) $f(x) = 5e^{\sqrt{x}} - 3$

k) $f(x) = (e^{3x} - 1)^4$

Aufgabe 2:

Bestimme die erste Ableitung der folgenden Funktionen und vereinfache das Ergebnis, wenn möglich.

a) $f(x) = 2x \cdot e^x$

b) $f(x) = (x - 4) \cdot e^x$

c) $f(x) = x^3 \cdot e^x$

d) $f(x) = \sin(x) \cdot e^x$

e) $f(x) = \frac{e^x}{x}$

Aufgabe 3:

Bestimme die erste Ableitung der folgenden Funktionen und vereinfache das Ergebnis, wenn möglich.

a) $f(x) = (x - 1) \cdot e^{2x}$

b) $f(x) = \cos(x) \cdot e^{4x}$

c) $f(x) = 2x^2 \cdot e^{-x}$

d) $f(x) = \sqrt{2x+1} \cdot e^{-x}$

e) $f(x) = \frac{3x-1}{e^{2x}}$

Lösungen

Aufgabe 1: (Kettenregel)

- a) $f'(x) = 3 + e^x$
 b) $f'(x) = 4e^x$
 c) $f'(x) = e^{3x} \cdot 3 = 3e^{3x}$
 d) $f'(x) = 4e^{-4x} \cdot (-4) = -16e^{-4x}$
 e) $f'(x) = 3x^2 + e^{0,5x} \cdot 0,5 = 3x^2 + 0,5e^{0,5x}$
 f) $f'(x) = -5e^{-x+4} \cdot (-1) = 5e^{-x+4}$
 g) $f'(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} \cdot 3 - 7 = -e^{3x} - 7$
 h) $f'(x) = 4\cos(x) - 2e^{3x-1} \cdot 3 = 4\cos(x) - 6e^{3x-1}$
 i) $f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x - 3e^{\sin(x)} \cdot \cos(x) = 2x \cdot e^{x^2} - 3\cos(x) \cdot e^{\sin(x)}$
 j) $f'(x) = 5e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2}x^{-0,5} = 2,5 \cdot x^{-0,5} \cdot e^{\sqrt{x}}$
 k) $f'(x) = 4 \cdot (e^{3x} - 1)^3 \cdot e^{3x} \cdot 3 = 12 \cdot e^{3x} \cdot (e^{3x} - 1)^3$

Aufgabe 2: (Produktregel)

- a) $f'(x) = 2e^x + 2x \cdot e^x = 2 \cdot e^x \cdot (1 + x)$
 b) $f'(x) = 1 \cdot e^x + (x - 4) \cdot e^x = e^x \cdot (1 + x - 4) = e^x \cdot (x - 3)$
 c) $f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + x^3 \cdot e^x = x^2 \cdot e^x \cdot (3 + x)$
 d) $f'(x) = \cos(x) \cdot e^x + \sin(x) \cdot e^x = e^x \cdot (\cos(x) + \sin(x))$
 e) $f(x) = \frac{e^x}{x} = e^x \cdot x^{-1}$

$$f'(x) = e^x \cdot x^{-1} + e^x \cdot (-1)x^{-2} = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2}$$

Aufgabe 3: (Produkt- und Kettenregel)

- a) $f'(x) = 1 \cdot e^{2x} + (x - 1) \cdot 2e^{2x} = e^{2x}(1 + 2x - 2) = (2x - 1) \cdot e^{2x}$
 b) $f'(x) = -\sin(x) \cdot e^{4x} + \cos(x) \cdot e^{4x} \cdot 4 = e^{4x} \cdot (-\sin(x) + 4\cos(x))$
 c) $f'(x) = 4x \cdot e^{-x} + 2x^2 \cdot e^{-x} \cdot (-1) = 2x \cdot e^{-x} \cdot (2 - x)$
 d) $f(x) = (2x + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-x}$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 \cdot e^{-x} + (2x + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-x} \cdot (-1) = e^{-x} \cdot \left((2x + 1)^{-\frac{1}{2}} - (2x + 1)^{\frac{1}{2}} \right)$$

 e) $f(x) = \frac{3x - 1}{e^{2x}} = (3x - 1) \cdot e^{-2x}$

$$f'(x) = 3e^{-2x} + (3x - 1) \cdot e^{-2x} \cdot (-2) = e^{-2x} \cdot (3 - 6x + 2) = e^{-2x}(5 - 6x)$$