

Analysis

Einfache Ableitungsregeln (Potenzregel, Faktorregel, Summenregel)

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

März 2020

Aufgabe 1:

Berechne die erste Ableitungsfunktion der Funktion f.
Forme bei Bedarf die Funktionsgleichung zunächst um.

- | | | |
|-----------------------------|--|----------------------------------|
| a) $f(x) = 4x^2 + 2x + 1$ | b) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 4$ | c) $f(x) = 2\sqrt{x} - 2x$ |
| d) $f(x) = \sqrt[3]{x} + 6$ | e) $f(x) = (3x - 1) \cdot (x + 4)$ | f) $f(x) = x \cdot (x - 3)$ |
| g) $f(x) = (2x + 4)^2$ | h) $f(x) = x \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$ | i) $f(x) = -x^4 + 2x^3 - 6x + 1$ |

Aufgabe 2: (etwas schwieriger)

Berechne die erste Ableitungsfunktion der Funktion f.
Forme bei Bedarf die Funktionsgleichung zunächst um.

Zusatzaufgabe: Wandle die Ergebnisse so um, dass sie positive Hochzahlen besitzen.

- | | | |
|---|--|--|
| a) $f(x) = \frac{4}{x} - \frac{6}{x^4}$ | b) $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{5x^2}{9}$ | c) $f(x) = \frac{3}{4x} + \frac{5}{6x^4}$ |
| d) $f(x) = \frac{4x^2 - 5x^3}{x^2}$ | e) $f(x) = (4x^3)^2$ | f) $f(x) = \frac{3x^3 - 2x + 1}{x^5}$ |
| g) $f(x) = \frac{5x^2 - 4}{2x^2}$ | h) $f(x) = \frac{6x + 1}{5x^3}$ | i) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 6 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ |
| j) $f(x) = \sqrt{5x} - \sqrt[3]{8x}$ | | |

Lösungen

Aufgabe 1:

a) $f(x) = 4x^2 + 2x + 1$
 $f'(x) = 8x + 2$

b) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 4$
 $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$

c) $f(x) = 2\sqrt{x} - 2x = 2x^{\frac{1}{2}} - 2x$
 $f'(x) = x^{-\frac{1}{2}} - 2$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x} + 6 = x^{\frac{1}{3}} + 6$
 $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

e) $f(x) = (3x - 1) \cdot (x + 4) = 3x^2 + 11x - 4$
 $f'(x) = 6x + 11$

f) $f(x) = x \cdot (x - 3) = x^2 - 3x$
 $f'(x) = 2x - 3$

g) $f(x) = (2x + 4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$ (binomische Formel!)
 $f'(x) = 8x + 16$

h) $f(x) = x \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + 1$
 $f'(x) = 2x$

i) $f(x) = -x^4 + 2x^3 - 6x + 1$
 $f'(x) = -4x^3 + 6x^2 - 6$

Aufgabe 2:

$$\text{a) } f(x) = \frac{4}{x} - \frac{6}{x^4} = 4x^{-1} - 6x^{-4}$$

$$f'(x) = -4x^{-2} + 24x^{-5} = -\frac{4}{x^2} + \frac{24}{x^5}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{x}{8} + \frac{5x^2}{9} = \frac{1}{8}x + \frac{5}{9}x^2$$

$$f'(x) = \frac{1}{8} + \frac{10}{9}x$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{3}{4x} + \frac{5}{6x^4} = \frac{3}{4}x^{-1} + \frac{5}{6}x^{-4}$$

$$f'(x) = -\frac{3}{4}x^{-2} - \frac{10}{3}x^{-5} = -\frac{3}{4x^2} - \frac{10}{3x^5}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{4x^2 - 5x^3}{x^2} = \frac{4x^2}{x^2} - \frac{5x^3}{x^2} = 4 - 5x$$

$$f'(x) = -5$$

$$\text{e) } f(x) = (4x^3)^2 = 4^2 \cdot x^6 = 16x^6$$

$$f'(x) = 96x^5$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{3x^3 - 2x + 1}{x^5} = \frac{3x^3}{x^5} - \frac{2x}{x^5} + \frac{1}{x^5} = 3x^{-2} - 2x^{-4} + x^{-5}$$

$$f'(x) = -6x^{-3} + 8x^{-5} - 5x^{-6} = -\frac{6}{x^3} + \frac{8}{x^5} - \frac{5}{x^6}$$

$$\text{g) } f(x) = \frac{5x^2 - 4}{2x^2} = \frac{5x^2}{2x^2} - \frac{4}{2x^2} = \frac{5}{2} - 2x^{-2}$$

$$f'(x) = 4x^{-3} = \frac{4}{x^3}$$

$$\text{h) } f(x) = \frac{6x+1}{5x^3} = \frac{6x}{5x^3} + \frac{1}{5x^3} = \frac{6}{5}x^{-2} + \frac{1}{5}x^{-3}$$

$$f'(x) = -\frac{12}{5}x^{-3} - \frac{3}{5}x^{-4} = -\frac{12}{5x^3} - \frac{3}{5x^4}$$

$$\text{i) } f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 6 \cdot \sqrt[3]{x^2} = 3x^{-\frac{1}{2}} + 6x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}} + 4x^{-\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2\sqrt{x^3}} + \frac{4}{\sqrt[3]{x}}$$

$$\text{j) } f(x) = \sqrt{5x} - \sqrt[3]{8x} = \sqrt{5} \cdot x^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{8} \cdot x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \sqrt{5} \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 2 \cdot \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}$$