

Hauptprüfung Abiturprüfung 2020

Bayern

Prüfungsteil A Analytische Geometrie Aufgabengruppe 2

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

August 2022

Geometrie: Aufgabengruppe 2**Aufgabe (a) 3 BE, b) 2 BE)**

Gegeben sind die Punkte $P(-2|3|0)$, $R(2|-1|2)$ und $Q(q|1|5)$ mit der reellen Zahl q , wobei Q von P genauso weit entfernt ist wie von R .

- a) Bestimmen Sie q .
(zur Kontrolle: $q = -2$)

- b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Eckpunkts S der Raute $PQRS$.
Zeigen Sie, dass $PQRS$ kein Quadrat ist.

Lösungen

Geometrie: Aufgabengruppe 2

a) *Bestimmen Sie q .*

Bedingung: $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{RQ}|$

$$\begin{vmatrix} q+2 \\ -2 \\ 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q-2 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(q+2)^2 + 4 + 25} = \sqrt{(q-2)^2 + 4 + 9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{q^2 + 4q + 4 + 29} = \sqrt{q^2 - 4q + 4 + 9} \quad | \text{quadrieren}$$

$$\Rightarrow q^2 + 4q + 33 = q^2 - 4q + 17$$

$$\Leftrightarrow 8q = -16$$

$$\Leftrightarrow q = -2$$

b) *Ermitteln Sie die Koordinaten des Eckpunkts S der Raute PQRS.
Zeigen Sie, dass PQRS kein Quadrat ist.*

$$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Koordinaten von S: S(2|1|-3)

Die Raute ist kein Quadrat, wenn einer der Winkel in dem Viereck nicht 90° beträgt.

Kontrolle des Winkels im Punkt Q:

$$\overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = 0 - 4 + 15 = 11$$

Da das Skalarprodukt nicht Null ergibt, ist der Winkel im Punkt Q nicht 90° .
Somit ist das Viereck PQRS kein Quadrat.