

Hauptprüfung Abiturprüfung 2020

Bayern

Prüfungsteil A Analytische Geometrie Aufgabengruppe 1

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

August 2022

Geometrie: Aufgabengruppe 1**Aufgabe (a) 3 BE, b) 2 BE)**

Die Strecke $[PQ]$ mit den Endpunkten $P(8|-5|1)$ und Q ist Durchmesser einer Kugel mit Mittelpunkt $M(5|-1|1)$.

- a) Berechnen Sie die Koordinaten von Q und weisen Sie nach, dass der Punkt $R(9|-1|4)$ auf der Kugel liegt.
- b) Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass das Dreieck PQR bei R rechtwinklig ist.

Lösungen**Geometrie: Aufgabengruppe 1**

- a) Berechnen Sie die Koordinaten von Q und weisen Sie nach, dass der Punkt R(9|-1|4) auf der Kugel liegt.

Berechnung des Punktes Q: $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{PM} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Koordinaten von Q: Q(2|3|1)

Der Radius der Kugel beträgt $|\overrightarrow{PM}| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{9+16} = 5$

Gleichung der Kugel:

$$K: (x_1 - 5)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 - 1)^2 = 25$$

Einsetzen des Punktes R(9|-1|4) in K: $(9-5)^2 + (-1+1)^2 + (4-1)^2 = 25$

Dies ist eine wahre Aussage, daher liegt R auf der Kugel K.

- b) Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass das Dreieck PQR bei R rechtwinklig ist.

Der Punkt R liegt auf einem Thaleskreis über [PQ].
Damit ist das Dreieck PQR im Punkt R rechtwinklig.

