

Hauptprüfung Abiturprüfung 2022

Bayern

Prüfungsteil A Analytische Geometrie Aufgabengruppe 1

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Mai 2022

Geometrie: Aufgabengruppe 1**Aufgabe (a) 3 BE, b) 2 BE)**

Gegeben ist die Kugel K mit Mittelpunkt $M(3|-6|5)$ und Radius $2\sqrt{6}$.

- a) Geben Sie eine Gleichung von K in Koordinatenform an und zeigen Sie, dass der Punkt $P(5|-4|1)$ auf K liegt.
- b) Untersuchen Sie, ob K die x_1x_2 -Ebene schneidet.

Lösungen**Geometrie: Aufgabengruppe 1**

- a) *Geben Sie eine Gleichung von K in Koordinatenform an und zeigen Sie, dass der Punkt $P(5|-4|1)$ auf K liegt.*

Koordinatenform von K:

$$(x_1 - 3)^2 + (x_2 + 6)^2 + (x_3 - 5)^2 = (2 \cdot \sqrt{6})^2$$

$$(x_1 - 3)^2 + (x_2 + 6)^2 + (x_3 - 5)^2 = 24$$

$$\begin{aligned} \text{Einsetzen von } P(5|-4|1): (5-3)^2 + (-4+6)^2 + (1-5)^2 &= 24 \\ \Leftrightarrow 4 + 4 + 16 &= 24 \end{aligned}$$

Dies ist eine wahre Aussage, somit liegt P auf K.

- b) *Untersuchen Sie, ob K die x_1x_2 -Ebene schneidet.*

Der Abstand des Punktes M von der x_1x_2 -Ebene ist 5 (x_3 -Koordinate von M).
Damit K die Ebene schneidet, muss der Radius mindestens 5 betragen.

Um zu prüfen, ob $2\sqrt{6} \geq 5$ ist, quadriert man beide Seiten der Gleichung:

$$(2\sqrt{6})^2 \geq 5^2$$

Da die Aussage falsch ist, gilt $2\sqrt{6} < 5$.

Somit schneidet K die x_1x_2 -Ebene nicht.