

Hauptprüfung Abiturprüfung 2021

Bayern

Prüfungsteil A Analysis Aufgabengruppe 2

Hilfsmittel: keine

allgemeinbildende Gymnasien

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Mai 2022

Analysis: Aufgabengruppe 2**Aufgabe 1: (a) 3 BE, b) 3 BE)**

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$ und maximalem Definitionsbereich.

a) Zeichnen Sie den Graphen von f im Bereich $2 \leq x \leq 11$ in ein Koordinatensystem.

b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_2^3 f(x) dx$.

Aufgabe 2: (a) 2 BE, b) 2 BE)

Geben Sie jeweils den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion an, die die gegebene Wertemenge W hat.

a) $W =]-\infty; 1]$

b) $W =]3; +\infty[$

Aufgabe 3: (a) 2 BE, b) 2 BE)

a) Betrachtet werden in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale Funktion p und der Punkt $Q(2|p(2))$.

Beschreiben Sie, wie man rechnerisch die Gleichung der Tangente an den Graphen von p im Punkt Q ermitteln kann.

b) Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $h: x \mapsto ax^2 + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$, deren Graph im Punkt $N(1|0)$ die Tangente mit der Gleichung $y = -x + 1$ besitzt.

Bestimmen Sie a und c .

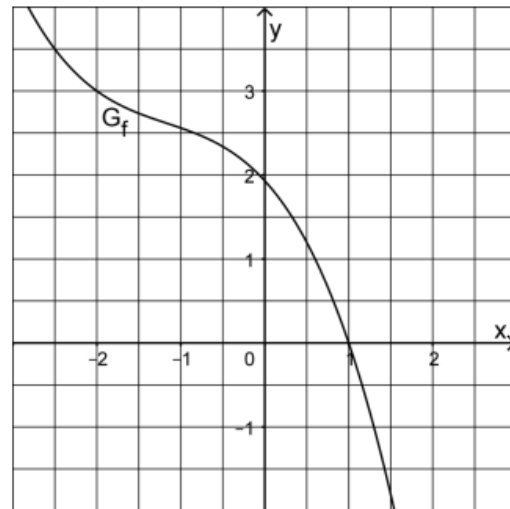
Aufgabe 4: (a) 2 BE, b) 3 BE)

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f . G_f ist streng monoton fallend und schneidet die x -Achse im Punkt $(1|0)$.

Betrachtet wird ferner die Funktion g mit

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} \text{ und maximalem}$$

Definitionsbereich D_g .



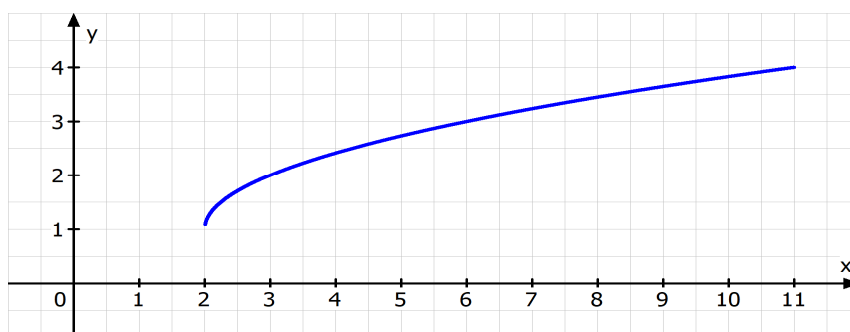
- a) Begründen Sie, dass $x = 1$ nicht in D_g enthalten ist, und geben Sie den Funktionswert $g(-2)$ an.
- b) Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die x -Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f und g .

Lösungen**Analysis: Aufgabengruppe 2****Aufgabe 1:**

$$f(x) = \sqrt{x-2} + 1$$

a) Zeichnen Sie den Graphen von f im Bereich $2 \leq x \leq 11$ in ein Koordinatensystem.

Das Schaubild ist die Wurzelfunktion $y = \sqrt{x}$, die um 2 nach rechts und 1 nach oben verschoben ist.



b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_2^3 f(x) dx$.

$$\begin{aligned} \int_2^3 f(x) dx &= \int_2^3 ((x-2)^{\frac{1}{2}} + 1) dx = \left[\frac{2}{3} (x-2)^{\frac{3}{2}} + 1x \right]_2^3 = \left[\frac{2}{3} \sqrt{x-2}^3 + 1x \right]_2^3 \\ &= \frac{2}{3} \cdot 1 + 3 - (0 + 2) = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Geben Sie jeweils den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion an, die die gegebene Wertemenge W hat.

a) $W =]-\infty; 1]$

Ein mögliches Schaubild zu der angegebenen Wertemenge ist eine nach unten geöffnete Parabel mit einem Scheitelpunkt, der den y -Wert 1 besitzt.

$$f(x) = -x^2 + 1$$

b) $W =]3; +\infty[$

Ein mögliches Schaubild ist eine e-Funktion mit der waagrechten Asymptote $y = 3$, die streng monoton wächst.

$$f(x) = e^x + 3$$

Aufgabe 3:

- a) *Beschreiben Sie, wie man rechnerisch die Gleichung der Tangente an den Graphen von p im Punkt Q ermitteln kann.*

Die allgemeine Gleichung der Tangente an der Stelle $x = 2$ lautet
 $y = p'(2) \cdot (x - 2) + p(2)$

- b) *Bestimmen Sie a und c .*

Es gilt $h(x) = ax^2 + c$ und $h'(x) = 2ax$

Bedingungen:

1.) Punkt $N(1|0)$ liegt auf dem Schaubild: $h(1) = 0 : a + c = 0$

2.) Die Tangentensteigung ist $m = -1$: $h'(1) = -1 : 2a = -1$

Aus 2.) folgt $a = -0,5$.

Aus 1.) folgt $a = 0,5$.

Aufgabe 4:

- a) *Begründen Sie, dass $x = 1$ nicht in D_g enthalten ist, und geben Sie den Funktionswert $g(-2)$ an.*

Der Ausdruck $g(1)$ kann nicht berechnet werden, da $f(1) = 0$ ist und bei der Berechnung von $g(1)$ durch Null dividiert werden müsste, was nicht möglich ist.

$$g(-2) = \frac{1}{f(-2)} = \frac{1}{3}$$

- b) *Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die x -Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f und g .*

Gleichsetzen der Funktionsgleichungen:

$$f(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{f(x)} \quad | \cdot f(x)$$

$$\Leftrightarrow (f(x))^2 = 1$$

Daraus folgt $f(x) = 1$ oder $f(x) = -1$.

Die Gleichung $f(x) = 1$ besitzt als Lösung $x \approx 0,6$ (laut Zeichnung).

Die Gleichung $f(x) = -1$ besitzt als Lösung $x \approx 1,3$ (laut Zeichnung).

Da die Funktion f streng monoton fallend ist, existieren keine weiteren Lösungen.