

Hauptprüfung Abiturprüfung 2022

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2022

Anwendungsorientierte Analysis

- 3 Ein Marktforschungsinstitut ermittelt zu Beginn des Jahres 2021 einen Marktanteil von 6% der rein elektrisch angetriebenen Autos (E-Autos) unter allen neu zugelassenen Autos.
Die zukünftige Entwicklung dieses Marktanteils zum Zeitpunkt t wird im Folgenden durch die Funktion f mit $f(t) = 0,06 \cdot e^{0,04 \cdot t}$; $t \geq 0$ modelliert, wobei t in Monaten ab Beginn des Jahres 2021 gemessen wird.
Beispielsweise ist $f(1)$ der Marktanteil, den man zu Beginn des Monats Februar im Jahr 2021 für die E-Auto Neuzulassungen erwartet.
- 3.1 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
(1) Zu Beginn des Monats Februar 2023 wird etwa jedes sechste neu zugelassene Auto ein E-Auto sein.
(2) Der Marktanteil der E-Autos wird im Jahr 2025 erstmalig 50% übersteigen.
(3 Punkte)
- 3.2 Begründen Sie, dass der Marktanteil der neu zugelassenen E-Autos um mehr als 60% pro Jahr zunimmt.
(2 Punkte)
- 3.3 Ermitteln Sie den durchschnittlichen Marktanteil der E-Autos unter allen neu zugelassenen Autos von Beginn des Jahres 2021 bis einschließlich 2025.
(3 Punkte)
- 3.4 Im Folgenden wird mit der Funktion $g: t \mapsto g(t)$ mit $t \geq 0$ die gesamte Anzahl der monatlich neu zugelassenen Autos zum Zeitpunkt t modelliert, wobei t die vergangene Zeit in Monaten ab Beginn des Jahres 2021 ist.
Formulieren Sie eine Frage im Sachzusammenhang, die durch die Bestimmung des Werts des Integrals

$$\int_3^{39} (f(t) \cdot g(t)) dt$$
 beantwortet werden kann.
(2 Punkte)

Lösungen

- 3.1 (1) Der Beginn des Monats Februar 2023 entspricht dem Zeitpunkt $t = 25$.

$$\text{Es gilt } f(25) = 0,06 \cdot e^{0,04 \cdot 25} = 0,1630 \approx \frac{1}{6}$$

Die Aussage ist wahr.

- (2) Berechnung des Zeitpunktes, wann der Marktanteil 50% beträgt:

$$0,5 = 0,06 \cdot e^{0,04 \cdot t} \Leftrightarrow 0,04t = \ln\left(\frac{25}{3}\right) \Leftrightarrow t \approx 53$$

$t = 53$ entspricht Juni 2025.

Die Aussage ist wahr.

- 3.2 Prozentuale Zunahme innerhalb eines Jahres:

$$\frac{f(t+12)}{f(t)} = \frac{0,06 \cdot e^{0,04 \cdot (t+12)}}{0,06 \cdot e^{0,04t}} = \frac{e^{0,04t+0,48}}{e^{0,04t}} = e^{0,48} \approx 1,62$$

Der Faktor 1,62 entspricht einem jährlichen Zuwachs von ca. 62%.

Daher beträgt die jährliche prozentuale Zunahme um mehr als 60%.

Hinweis:

In der Aufgabe soll für *beliebige* Zeitpunkte gezeigt werden, dass der Zuwachs pro Jahr mehr als 60% beträgt. Es genügt nicht, diesen Nachweis beispielsweise nur die Werte $f(0)$ und $f(1)$ zu führen.

- 3.3 Der Zeitraum 2021 bis einschließlich 2025 entspricht dem Zeitraum $t = 0$ bis $t = 60$.

Der durchschnittliche Marktanteil wird mit der Mittelwertformel berechnet:

$$\frac{1}{60} \cdot \int_0^{60} f(t) dt = \frac{1}{60} \cdot \left[0,06 \cdot \frac{1}{0,04} e^{0,04t} \right]_0^{60} \approx \frac{1}{60} \cdot (16,53 - 1,5) = 0,2505$$

Der durchschnittliche Marktanteil der E-Autos beträgt etwa 25%-

- 3.4 Der Zeitraum $t = 3$ bis $t = 39$ entspricht den Zeitpunkten Beginn April 2021 bis Beginn März 2024.

Das Produkt $f(t) \cdot g(t)$ entspricht der Anzahl der neu zugelassenen E-Autos zum Zeitpunkt t .

Durch das Integral wird die Summe aller neu zugelassenen E-Autos berechnet im Zeitraum Beginn April 2021 bis Beginn März 2024.