

Hauptprüfung Abiturprüfung 2022

Baden-Württemberg

Teil 2: Hilfsmittel WTR und Merkhilfe

Anwendungsorientierte Analysis

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Juni 2022

Anwendungsorientierte Analysis

- 2 Forscher gehen davon aus, dass bei der Herstellung von Zement im Zeitraum von Beginn des Jahres 1950 bis einschließlich 2010 weltweit rund $3 \cdot 10^{10}$ Tonnen Kohlendioxid (CO_2) freigesetzt wurden, d.h. pro Jahr wurden durchschnittlich etwa $4,9 \cdot 10^8$ Tonnen CO_2 freigesetzt.

- 2.1 Ein Quadratkilometer (km^2) Regenwald absorbiert jährlich rund 400 Tonnen CO_2 aus der Atmosphäre.

Ermitteln Sie, wie viele Quadratkilometer Regenwald nötig wären, um die durchschnittlich pro Jahr so freigesetzte Menge an CO_2 zu absorbieren.

Geben Sie an, um wie viel Prozent diese Regenwaldfläche von der Fläche Deutschlands (circa 357000 km^2) abweicht.

(3 Punkte)

- 2.2 Andererseits absorbiert Zement, falls dieser zum Beispiel zu Beton verarbeitet wurde, im Laufe der Zeit wieder einen Teil des zuvor freigesetzten CO_2 . In der Tabelle sind die von den Forschern ermittelten Mengen an CO_2 aufgelistet, die weltweit in den betrachteten Jahren durch den verarbeiteten Zement absorbiert wurden.

Jahr	1950	1970	1990	2010
CO_2 in Tonnen	$3,7 \cdot 10^7$	$9,7 \cdot 10^7$	$25,5 \cdot 10^7$	$67,2 \cdot 10^7$

Beispielsweise wurden im Jahr 1990 weltweit 255 Millionen Tonnen CO_2 durch den verarbeiteten Zement absorbiert.

- 2.2.1 Die vom Zement absorbierte Menge an CO_2 ist im dargestellten Zeitraum exponentiell angewachsen. Erläutern Sie, wie dies aus den Daten hervorgeht.
(2 Punkte)

- 2.2.2 Die Funktion m mit $m(t) = 3,7 \cdot 10^7 \cdot e^{kt}$ und $t \geq 0$ modelliert die jährlich absorbierte Menge an CO_2 in Tonnen. Dabei wird t in Jahren gemessen und $t = 0$ entspricht dem Beginn des Jahres 1950.

- 2.2.2.1 Zeigen Sie, dass die Wachstumskonstante k etwa den Wert 0,048 hat.
(2 Punkte)

- 2.2.2.2 Ermitteln Sie für den Zeitraum von Beginn des Jahres 1950 bis einschließlich 2010, wie viel Prozent der bei der Herstellung von Zement freigesetzten CO_2 -Menge im selben Zeitraum wieder absorbiert wurden.

(3 Punkte)

Lösungen

2.1 Gesuchte Regenwaldfläche: $\frac{4,9 \cdot 10^8 \text{ t}}{400 \frac{\text{t}}{\text{km}^2}} = 1225000 \text{ km}^2$

Prozentuale Abweichung: $\frac{1225000}{357000} \approx 3,43 = 343\%$

Die Regenwaldfläche weicht um ca. $343\% - 100\% = 243\%$ ab.

2.2.1 Ein Bestand wächst exponentiell, wenn er in gleichen Zeitschritten immer mit demselben Faktor zunimmt.

Es gilt: $\frac{9,7 \cdot 10^7}{3,7 \cdot 10^7} \approx \frac{25,5 \cdot 10^7}{9,7 \cdot 10^7} \approx \frac{67,2 \cdot 10^7}{25,5 \cdot 10^7} \approx 2,6$

Da in gleichen Zeitschritten (20 Jahre) die Menge an CO_2 um den Faktor 2,6 ansteigt, handelt es sich um exponentielles Wachstum.

2.2.2.1 Es gilt $m(t) = 3,7 \cdot 10^7 \cdot e^{k \cdot t}$

Durch das Einsetzen eines Wertes der Tabelle kann k berechnet werden.
z.B. gilt $m(20) = 9,7 \cdot 10^7$ ($t = 20$ entspricht dem Jahr 1970).

$$9,7 \cdot 10^7 = 3,7 \cdot 10^7 \cdot e^{k \cdot 20}$$

$$\Leftrightarrow 2,62 = e^{k \cdot 20}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{\ln(2,62)}{20} \approx 0,048$$

2.2.2.2 Berechnung der Gesamtmenge des CO_2 , die absorbiert wurde im Zeitraum 1950 – 2010:

$$\int_0^{61} m(t) dt = \left[\frac{3,7 \cdot 10^7}{0,048} e^{0,048t} \right]_0^{61} \approx 1,4407 \cdot 10^{10} - 0,0771 \cdot 10^{10} = 1,3636 \cdot 10^{10}$$

Prozentualer Anteil: $\frac{1,3636 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^{10}} \approx 0,455 = 45,5\%$

Der gesuchte prozentuale Anteil beträgt ca. 45,5%.