Hauptprüfung Fachhochschulreife 2022

Baden-Württemberg

Pflichtteil Variante 2

Hilfsmittel: keine

Berufskolleg

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Aufgabe 1:

1.1 Gegeben ist folgende Wertetabelle einer Polynomfunktion f, ihrer Ableitungsfunktion f' und ihrer zweiten Ableitungsfunktion f''.
Das Schaubild von f heißt K_f.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f	17,25	1,78	-1,86	0	3,03	4,89	5,25	5,78
f′	-24	-8,33	0	3	2,67	1	0	1,67
f″	20	11,67	5,33	1	-1,33	-1,67	0	3,67

Prüfen Sie mit Hilfe der Tabelle, ob die Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

a) K_f hat bei x = -1 einen Hochpunkt.

b) Die Steigung der Tangente von K_f im Schnittpunkt mit der y-Achse ist 3.

c) Der Funktionswert von f an der Stelle x = 2 beträgt 1.

d) f hat mindestens zwei Nullstellen.

(8 Punkte)

1.2 Geben Sie eine Stammfunktion der Funktion h mit $h(x) = 5x^7 + x^4 - 61x^3$, $x \in \mathbb{R}$ an. (2 Punkte)

1.3 Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $x \in \mathbb{R}$.
Ihr Schaubild heißt K_g.
Geben Sie die Symmetrie von K_g an.
Berechnen Sie die Nullstellen von g. (6 Punkte)

1.4 Lösen Sie die Gleichung $e^x + 8 = 2e^x$. (3 Punkte)

1.5 Erläutern Sie anhand einer Skizze, ob das Integral

$$\int_{-\pi}^{0,5\pi} \cos(x)dx$$

größer, kleiner oder gleich null ist. (5 Punkte)

1.6 Das Schaubild einer Polynomfunktion 3.Grades hat an der Stelle x = 2 eine Tangente mit der Steigung 5, einen Tiefpunkt T(1|-1) und schneidet die y-Achse bei -1.
Erstellen Sie ein lineares Gleichungssystem, mit dessen Hilfe man den Funktionsterm bestimmen kann (Lösen des LGS nicht verlangt).

(6 Punkte)

Lösung

1.1 a) Die Aussage ist falsch. Bei x = -1 liegt ein Tiefpunkt vor.
1.Begründung: Es gilt zwar $f'(-1)=0$, aber es ist $f''(-1)>0$
2.Begründung: Es gilt zwar $f'(-1)=0$, aber bei f' liegt ein VZW von – nach + vor.

b) Die Aussage ist richtig. Es gilt $f'(0)=3$.

c) Die Aussage ist falsch. Der Funktionswert ist $f(1)=4{,}89$.

d) Die Aussage ist richtig. Eine Nullstelle existiert bei x = 0 wegen f(0) = 0. Da f(-2) positiv ist und f(-1) negativ ist, liegt zwischen -2 und -1 eine weitere Nullstelle.

1.2 Stammfunktion von $h(x)=5x^7+x^4-61x^3$:

$$H(x)=5\cdot\frac{1}{8}x^8+\frac{1}{5}x^5-61\cdot\frac{1}{4}x^4=\frac{5}{8}x^8+\frac{1}{5}x^5-\frac{61}{4}x^4$$

1.3 $g(x)=x^4-10x^2+9$

Symmetrie: Das Schaubild von g ist symmetrisch zur y-Achse da in dem Funktionsterm nur gerade Hochzahlen auftreten.

Nullstellen von g: $g(x)=0$

$x^4-10x^2+9=0$ Substitution $x^2=u$

$u^2-10u+9=0$

abc-Formel: $u_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{100-36}}{2}=\frac{10\pm8}{2}$ $u_1=9$ $u_2=1$

Rücksubstitution: $x^2=9\Rightarrow x_{1,2}=\pm3$

$x^2=1\Rightarrow x_{3,4}=\pm1$

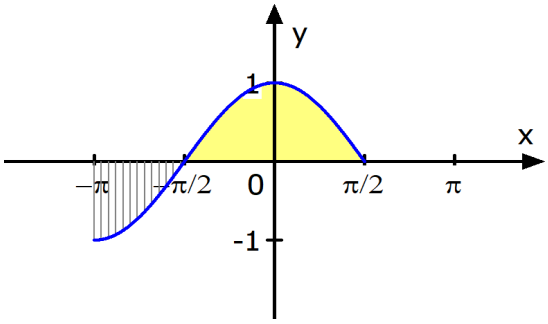
1.4 $e^x+8=2e^x \quad |-e^x$

$\Leftrightarrow 8=e^x \quad |\ln$

$\Leftrightarrow x=\ln(8)$

1.5 Skizze zum Integral $\int_{-\pi}^{0,5\pi} \cos(x)dx$:

Da die Fläche zwischen dem Schaubild und der x-Achse oberhalb der x-Achse größer ist als unterhalb der x-Achse ist das Integral größer als Null.



1.6 Ansatz der Polynomfunktion: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Ableitung: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Bedingungen:

An der Stelle x = 2 existiert die Steigung 5: $f'(2) = 5: \ 12a + 4b + c = 5$

T(1|-1) ist ein Punkt auf dem Schaubild: $f(1) = -1: \ a + b + c + d = -1$

An der Stelle x = 1 existiert die Steigung 0: $f'(1) = 0: 3a + 2b + c = 0$

Schnittpunkt der y-Achse bei -1: $f(0) = -1: \ d = -1$