Analytische Geometrie

Ebenen zeichnen

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

März 2019

Aufgabe 1:
Bestimme die Spurpunkte der Ebene E und zeichne damit einen Ausschnitt der Ebene.

a) $E: x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$ b) $E: x_1 + 2x_2 = 4$

.

Aufgabe 2:
Ordne die Ebenengleichungen E, F, G, H den Beschreibungen (a) bis (e) zu.
Gib zu der nicht zugeordneten Beschreibung eine passende Ebenengleichung an.

$E: 3x_1 + 2x_2 = 5$ $F: 3x_1 + 2x_3 = 0$ $G: -2x_1 = -4$ $H: -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$

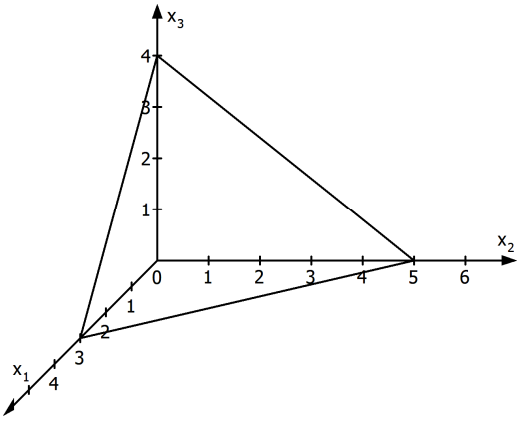
(a) Die Ebene ist parallel zur x_2x_3 -Ebene.
(b) Die Ebene ist nur zur x_3 -Achse parallel.
(c) Die x_1- Achse und die x_2 -Achse liegen in dieser Ebene.
(d) Der Ursprung liegt in dieser Ebene.
(e) Die Ebene schneidet alle drei Koordinatenachsen.

Aufgabe 3:
Stelle die Koordinatengleichung einer Ebene auf, die nur die angegebenen Spurpunkte besitzt.

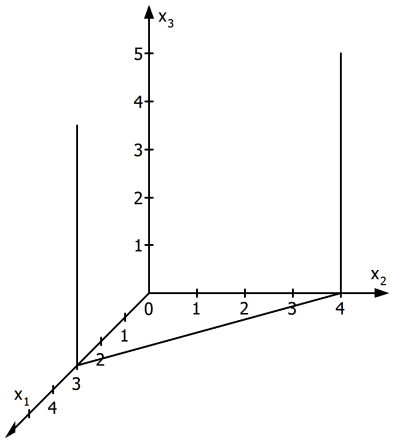
a) $S_1(3 / 0 / 0)$
b) $S_1(2 / 0 / 0)$, $S_2(0 / 3 / 0)$
c) $S_2(0 / 4 / 0)$, $S_3(0 / 0 / -2)$
d) $S_1(2 / 0 / 0)$, $S_2(0 / 3 / 0)$, $S_3(0 / 0 / -1)$

Aufgabe 4:
Stelle die Koordinatengleichung der folgenden Ebenen auf.

a)



b)

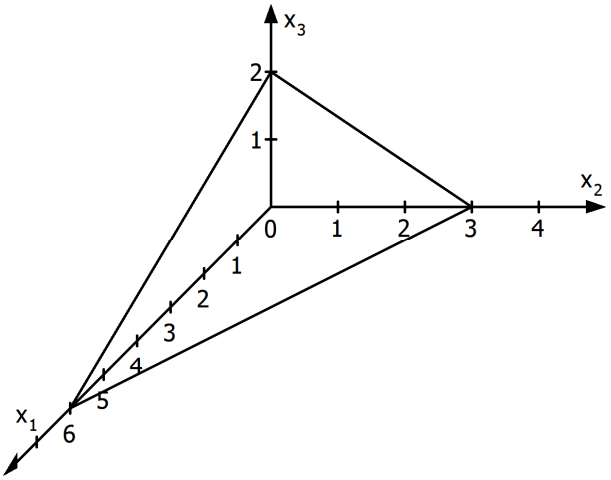


Lösungen

Aufgabe 1:

a) Spurpunkte der Ebene: $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$

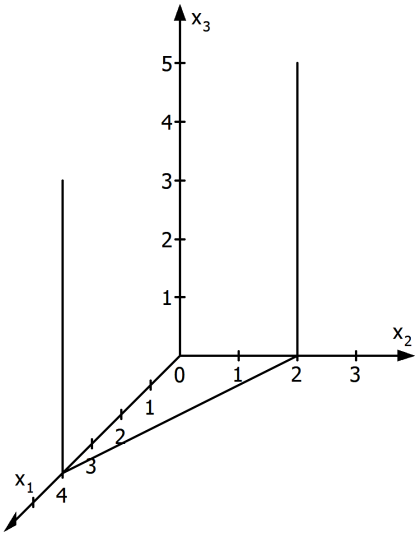
$S_1(6 / 0 / 0)$; $S_2(0 / 3 / 0)$; $S_3(0 / 0 / 2)$



b) Spurpunkte der Ebene: $x_1 + 2x_2 = 4$

$S_1(4 / 0 / 0)$; $S_2(0 / 2 / 0)$

Die Ebene ist parallel zur x_3-Achse.



Aufgabe 2:

(a) Eine Ebene, die parallel zur x_2x_3-Ebene ist, besitzt einen Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Die Ebene G besitzt solch einen Normalenvektor mit a = -2.

(b) Eine Ebene, die nur zur x_3-Achse parallel ist, besitzt einen Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$.

Die Ebene E besitzt solch einen Normalenvektor mit a = 3 und b = 2.

(c) Es handelt sich hierbei um die x_1x_2-Ebene mit der Gleichung $x_3 = 0$.
Diese Gleichung ist nicht aufgeführt.

(d) Der Ursprung O(0/0/0) liegt in der Ebene F, da durch Einsetzen der Koordinaten (0/0/0) in die Ebenengleichung eine wahre Aussagen 0 = 0 entsteht.

(e) Die Ebene schneidet alle drei Koordinatenachsen, wenn keine Koordinate des Normalenvektors den Wert 0 ergibt.
Dies trifft auf Ebene H zu.

Aufgabe 3:
Hinweis: Die angegebenen Lösungen sind nur mögliche Koordinatengleichungen.
Die Lösung kann auch eine Ebenengleichung sein, die ein Vielfaches der hier angegebenen Lösung darstellt !

a) Ansatz für die Ebenengleichung: E: $a \cdot x_1 = d$

Einsetzen des Punktes: $3a = d$
Mit (frei festgelegtem) d = 3 ergibt sich a = 1.
E: $x_1 = 3$

b) Ansatz für die Ebenengleichung: E: $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = d$

Einsetzen der Punkte:
$$\begin{aligned} 2a &= d \\ 3b &= d \end{aligned}$$

Mit (frei festgelegtem) d = 6 folgt: $a = 3$ und b = 2.
E: $3x_1 + 2x_2 = 6$

c) Ansatz für die Ebenengleichung: E: $b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = d$

Einsetzen der Punkte:
$$\begin{aligned} 4b &= d \\ -2c &= d \end{aligned}$$

Mit (frei festgelegtem) d = 4 folgt: b = 1 und c = -2.
E: $1x_2 - 2x_3 = 4$

d) Ansatz für die Ebenengleichung: E: $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = d$

Einsetzen der Punkte:
$$\begin{aligned} 2a &= d \\ 3b &= d \\ -c &= d \end{aligned}$$

Mit (frei festgelegtem) d = 6 folgt: a = 3 und b = 2 und c = -6.
E: $3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 6$

Aufgabe 4:

a) Die Ebene hat die Spurpunkte $S_1(3/0/0)$, $S_2(0/5/0)$, $S_3(0/0/4)$.

Ansatz für die Ebenengleichung: E: $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = d$

Einsetzen der Punkte:

$$\begin{aligned} 3a &= d \\ 5b &= d \\ 4c &= d \end{aligned}$$

Mit (frei festgelegtem) d = 60 folgt: a = 20 und b = 12 und c = 15.

Koordinatengleichung E: $20x_1 + 12x_2 + 15x_3 = 60$

b) Die Ebene hat die Spurpunkte $S_1(3/0/0)$, $S_2(0/4/0)$

Ansatz für die Ebenengleichung: E: $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = d$

Einsetzen der Punkte:

$$\begin{aligned} 3a &= d \\ 4b &= d \end{aligned}$$

Mit (frei festgelegtem) d = 12 folgt: a = 4 und b = 3.

Koordinatengleichung E: $4x_1 + 3x_2 = 12$