

# **Hauptprüfung Fachhochschulreife 2021**

## **Baden-Württemberg**

### **Pflichtteil Variante 2**

**Hilfsmittel: keine**

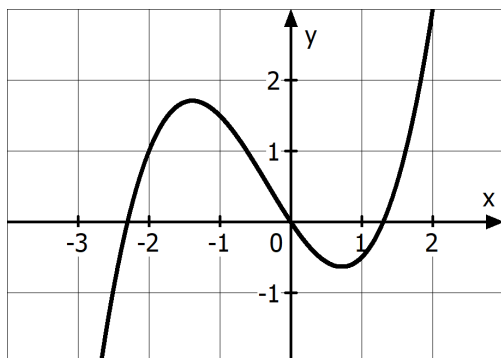
**Berufskolleg**

Alexander Schwarz

[www.mathe-aufgaben.com](http://www.mathe-aufgaben.com)

**Aufgabe 1:**

- 1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion  $g$  mit  $g(x) = x^3 + x^2 - 3x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
Begründen Sie, warum das Schaubild nicht zu  $g$  gehören kann.



(5 Punkte)

- 1.2 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x-1)(x+2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
Skizzieren Sie das Schaubild und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die das Schaubild im 4. Quadranten mit den Koordinatenachsen bildet.

(6 Punkte)

- 1.3 Bestimmen Sie zwei Lösungen der Gleichung  $2\sin(x) - 2 = 0$ .

(4 Punkte)

- 1.4 Zeigen Sie, dass das Schaubild der Funktion  $h$  mit  $h(x) = 2e^{2x} + 3x - 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$  linksgekrümmt ist.  
Weisen Sie nach, dass  $h$  zwischen  $x = 0$  und  $x = 0,5$  eine Nullstelle besitzt.

(5 Punkte)

- 1.5 Gegeben ist die Funktion  $k$  mit  $k(x) = x^3 + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Ihr Schaubild heißt  $K$ .Bestimmen Sie die Gleichung einer Tangente an  $K$ , die senkrecht zur Geradenmit der Gleichung  $y = -\frac{1}{12}x + 2$  steht.

(6 Punkte)

- 1.6 Bestimmen Sie eine Lösung für  $u > 0$ , so dass die Gleichung

$$\int_u^3 0,5x dx = \frac{1}{4}$$

erfüllt ist.

(4 Punkte)

**Lösung****1.1** Bedingung für Nullstellen:  $f(x) = 0$ 

$$x^3 + x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2 + x - 3) = 0 \quad \text{Lösung mit Satz vom Nullprodukt}$$

Gleichung I):  $x_1 = 0$

Gleichung II):  $x^2 + x - 3 = 0$     abc-Formel:  $x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad x_3 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

Das Schaubild kann nicht zur Funktion  $g$  gehören.

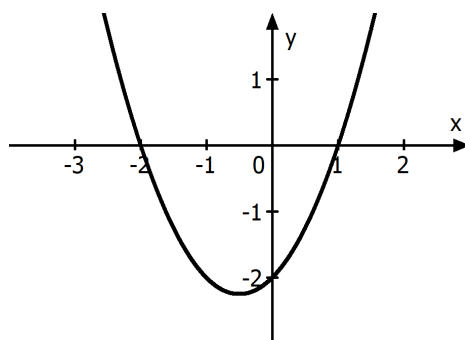
Begründung: Es gilt  $g(1) = -1$ , das Schaubild verläuft jedoch nicht durch den Punkt  $P(1|-1)$ .

**1.2** Skizze des Schaubildes von  $f(x) = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$ :

Es handelt sich um eine nach oben geöffnete Parabel mit den Nullstellen  $x = 1$  und  $x = -2$ .

Schnittpunkt mit der y-Achse (um das Schaubild genauer zu zeichnen):

$$f(0) = -2 \Rightarrow S_y(0|-2)$$



Inhalt der Fläche im 4. Quadranten:

Die Integralgrenzen können anhand des Schaubildes abgelesen werden.

$$\begin{aligned} A &= -\int_0^1 f(x) dx = -\int_0^1 (x^2 + x - 2) dx = -\left[ \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x \right]_0^1 \\ &= -\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 - 0 \right) = -\left( -\frac{7}{6} \right) = \frac{7}{6} \end{aligned}$$

**1.3**  $2\sin(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin(x) = 1$ 

Die Sinusfunktion nimmt den Wert 1 an für beispielsweise  $x_1 = \frac{\pi}{2}$  oder

$$x_2 = \frac{5}{2}\pi \quad (\text{Hilfsmittel: Skizze einer Sinusfunktion } y = \sin(x)).$$

- 1.4 Das Schaubild von  $h$  ist linksgekrümmt, wenn gilt:  $h''(x) > 0$  für alle  $x$ -Werte.  
Es gilt  $h'(x) = 4e^{2x} + 3$  und  $h''(x) = 8e^{2x}$ .

Da  $e^{2x} > 0$  ist für alle  $x$ -Werte ist auch  $h''(x) = 8e^{2x} > 0$ .

Damit ist gezeigt, dass das Schaubild von  $h$  für alle  $x$ -Werte linksgekrümmt ist.

Nachweis, dass eine Nullstelle existiert:

Es gilt  $h(0) = -3 < 0$  und  $h(0,5) = 2e + 3 \cdot 0,5 - 5 = 2e - 3,5 > 0$ , da  $e \approx 2,7$  ist.

Da die Funktion  $h$  bei  $x = 0$  einen negativen  $y$ -Wert und bei  $x = 0,5$  einen positiven  $y$ -Wert hat, muss die Funktion im Intervall  $[0 ; 0,5]$  eine Nullstelle besitzen.

- 1.5 Ansatz für die Gleichung der Tangente:  $y = mx + b$

Mit  $k(x) = x^3 + 1$  folgt  $k'(x) = 3x^2$ .

Die Steigung der gegebenen Geraden ist  $m = -\frac{1}{12}$ .

Für die Steigung der Tangente gilt:  $m_{\text{Tangente}} \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) = -1 \Leftrightarrow m_{\text{Tangente}} = 12$

Bedingung:  $k'(x) = 12$

$$3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Es können zwei Tangenten aufgestellt werden mit den Berührstellen  $x = 2$  und  $x = -2$ . Da es genügt, nur eine Tangente aufzustellen, wird nur mit der Lösung  $x = 2$  weitergearbeitet.

$y$ -Wert des Berührungspunktes  $B$ :  $k(2) = 9$  also  $B(2|9)$

Einsetzen der Tangentensteigung  $m = 12$  und des Punktes  $B(2|9)$  in die Tangentengleichung:

$$9 = 12 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -15$$

Gleichung der Tangente:  $y = 12x - 15$

$$1.6 \quad \int_u^3 0,5x dx = \left[ \frac{1}{4}x^2 \right]_u^3 = \frac{1}{4} \cdot 9 - \frac{1}{4}u^2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{4}u^2$$

$$\text{Bedingung: } \frac{9}{4} - \frac{1}{4}u^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{4}u^2 = -2 \Leftrightarrow u^2 = 8 \Rightarrow u = \pm\sqrt{8}$$

Da  $u > 0$  sein soll, muss  $u = \sqrt{8}$  sein.